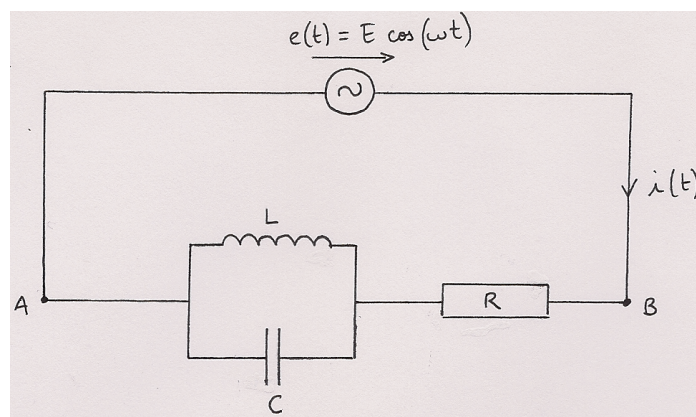


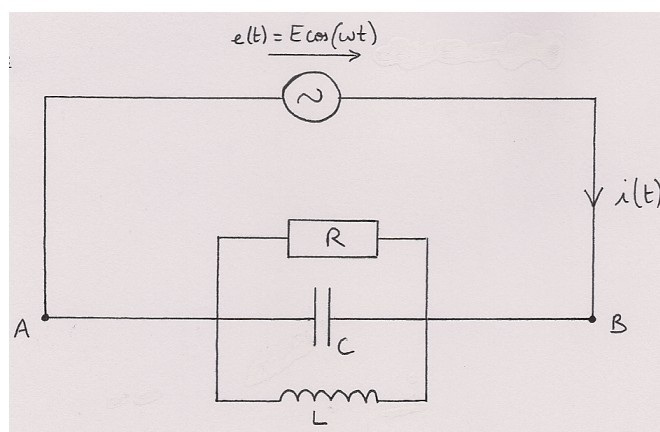
Feuille d'exercices n°11 : Régime sinusoïdal forcé / Résonance

Exercice 1 : Notion d'impédance :



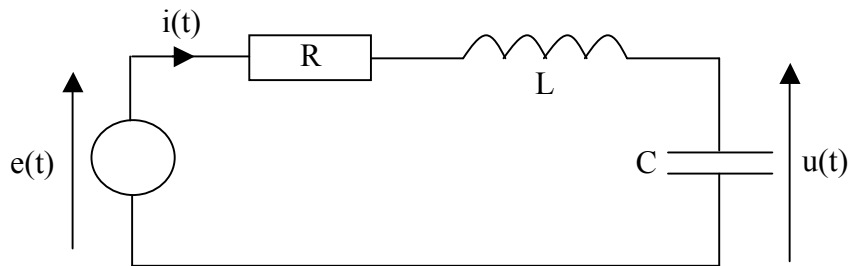
- 1) Exprimez l'impédance équivalente $\underline{Z}_{eq}$ au dipôle AB en fonction de j , R , C , L et ω .
- 2) On branche aux bornes de ce dipôle une source sinusoïdale délivrant la tension $e(t) = E \cos(\omega t)$. Calculez l'amplitude complexe $\underline{I}$ du courant $i(t)$ qui traverse le dipôle AB.
- 3) En déduire l'amplitude (réelle) I de $i(t)$ puis sa valeur efficace I_{eff} .
- 4) Application numérique : calculez I_{eff} pour $E = 15V$, $R = 1,0 \text{ k}\Omega$, $L = 1,0 \text{ mH}$, $C = 1,0 \text{ }\mu\text{F}$ et $f = 1,0 \text{ kHz}$.

Exercice 2 : Notion d'impédance (suite) :



- 1) Exprimez l'impédance équivalente $\underline{Z}_{eq}$ au dipôle AB en fonction de j , R , C , L et ω .
- 2) On branche aux bornes de ce dipôle une source sinusoïdale délivrant la tension $e(t) = E \cos(\omega t)$. Calculez l'amplitude complexe $\underline{I}$ du courant $i(t)$ qui traverse le dipôle.
- 3) En déduire l'amplitude (réelle) I de $i(t)$ puis sa valeur efficace I_{eff} .
- 4) Faites l'application numérique en prenant les mêmes valeurs numériques qu'à l'exercice 1.

Exercice 3 : Résonance en tension d'un circuit RLC série :

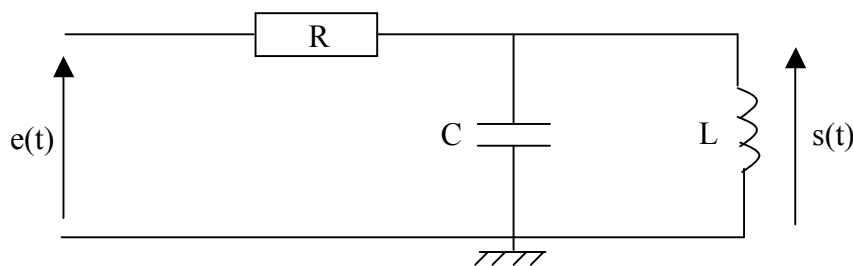


On considère un circuit RLC alimenté par une source sinusoïdale : $e(t) = E \cos(\omega t)$.

- 1) Exprimez l'amplitude U de la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur en fonction de E , de $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et de $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.
- 2) On suppose que $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$. Pour quelle pulsation ω_r , cette amplitude U est-elle maximale ? Comment s'appelle ce phénomène ?
- 3) Application numérique : calculez la fréquence de résonance en tension f_r de ce circuit pour $L = 1,0 \text{ mH}$, $R = 500 \text{ } \Omega$ et $C = 1,0 \text{ nF}$.

Exercice 4 : Circuit RLC parallèle :

On considère le circuit suivant :

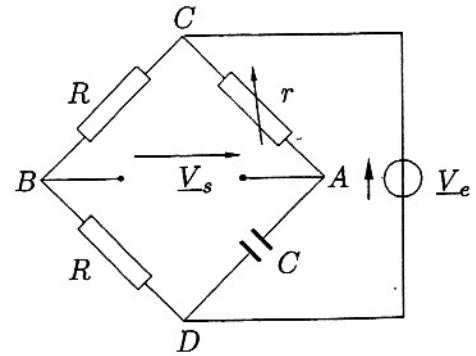


où $e(t) = E \cos(\omega t)$.

- 1) Donner l'expression de l'amplitude complexe $\underline{S}$ de la tension $s(t)$ et en déduire son amplitude (réelle) S (en fonction de E , R , L , C et ω).
- 2) Pour quelle valeur de la pulsation ω l'amplitude S est-elle maximale ? Comment s'appelle ce phénomène ?
- 3) Déterminer la bande passante de ce circuit, c'est à dire l'intervalle de pulsations telles que $S(\omega) \geq \frac{S_{\max}}{\sqrt{2}}$.
- 4) En déduire l'expression du facteur de qualité, défini comme $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$, où ω_0 est la pulsation de résonance et $\Delta\omega$ la largeur de la bande passante.
- 5) Combien vaut le déphasage entre $s(t)$ et $e(t)$ à la résonance ?

Exercice 5 : Concours ENAC 2005 :

1. — On considère le circuit représenté sur le schéma de la figure ci-contre. Un pont dont les quatre branches sont constituées par trois résistors et un condensateur est alimenté par une source de tension sinusoïdale $v_e(t) = v_C - v_D = V_{e0} \cos(\omega t)$, de pulsation ω , connectée aux bornes de la diagonale CD. On désigne par $v_s(t) = v_A - v_B = V_{s0} \cos(\omega t + \varphi_1)$ la tension de sortie recueillie aux bornes de la diagonale AB.



On définit la fonction de transfert $\underline{T}_1(j\omega)$ du circuit par le rapport de l'amplitude complexe $\underline{V}_s$ associée à la tension de sortie sur l'amplitude complexe $\underline{V}_e$, associée à la tension d'entrée.

Exprimer $\underline{T}_1(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$

A) $\underline{T}_1(j\omega) = 1 - jrC\omega$

B) $\underline{T}_1(j\omega) = \frac{1}{1 + jrC\omega}$

C) $\underline{T}_1(j\omega) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - jrC\omega}{1 + jrC\omega} \right)$

D) $\underline{T}_1(j\omega) = \frac{1 + jrC\omega}{1 - jrC\omega}$

2. — Exprimer le déphasage φ_1 de la tension de sortie $v_s(t)$ par rapport à la tension d'entrée $v_e(t)$.

A) $\varphi_1 = -2 \arctan(rC\omega)$

B) ☐

C) $\varphi_1 = \arctan(2rC\omega)$

D) $\varphi_1 = -\arctan\left(\frac{rC\omega}{2}\right)$

3. — On donne $\omega = 1000 \text{ rad.s}^{-1}$ et $C = 1 \mu\text{F}$. Quelle valeur r_0 doit-on donner à r pour que $\varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$?

A) $r_0 = 5000 \Omega$

A) $r_0 = 1000 \Omega$

A) $r_0 = 3000 \Omega$

A) ☐

Exercice 6 : Vibrations d'un moteur :

Lorsqu'un moteur de type compresseur fonctionne, il est nécessaire de prévoir un système de suspension pour amoindrir les vibrations du châssis.

Le moteur est assimilé à un point matériel de masse m .

La suspension peut être modélisée par un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k , placé en parallèle avec un amortisseur qui exerce sur le moteur une force de freinage $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ où $\vec{v}$ est la vitesse du moteur et α une constante positive.

1) Le moteur ne fonctionne pas et il est immobile. Déterminez la longueur l_{eq} du ressort.

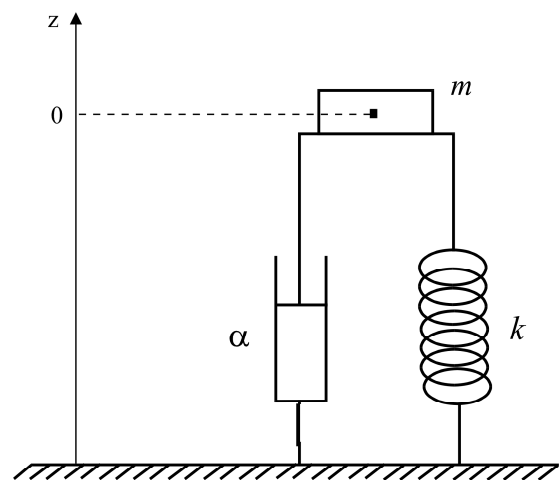


Figure 8

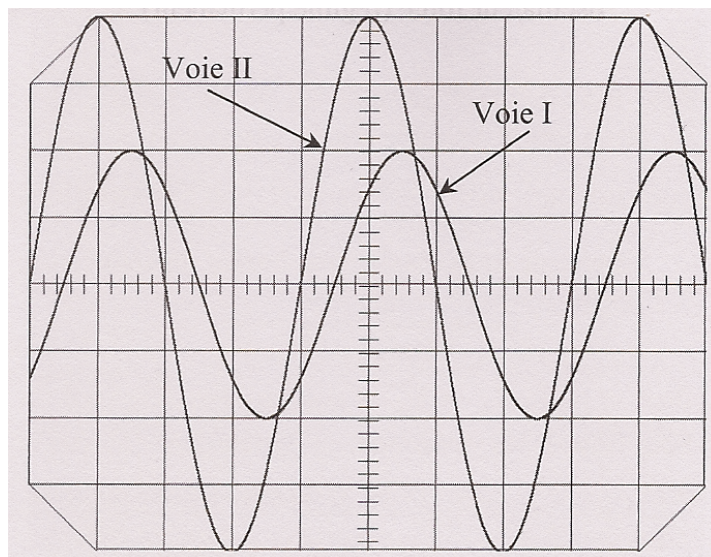
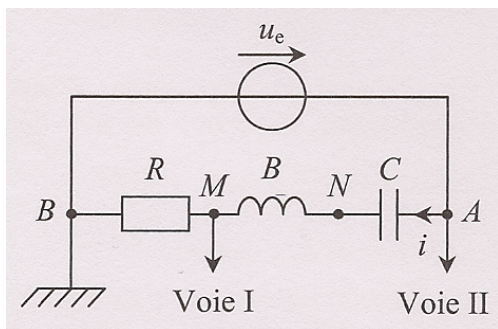
La position du moteur dans ce cas est prise comme origine de l'axe (Oz). Lorsque le moteur fonctionne, tout se passe comme s'il apparaissait une force supplémentaire de la forme $\vec{F} = F_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$.

- 2) Déterminez l'équation différentielle satisfaite par $z(t)$ lorsque le moteur fonctionne.
- 3) En régime forcé, on recherche des solutions de la forme $z(t) = Z_0 \cos(\omega t + \varphi)$ et $v(t) = \dot{z} = V_0 \cos(\omega t + \psi)$.
Donnez l'équation vérifiée par la grandeur complexe $\underline{V} = V_0 \exp(j\psi)$.
- 4) Exprimez V_0 en fonction de ω et des paramètres $\lambda = \frac{\alpha}{2m}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $\frac{F_0}{m}$. Tracez l'allure de la courbe $V_0(\omega)$.
- 5) La pulsation ω vaut 628 rad.s^{-1} . Le moteur a une masse $m = 10 \text{ kg}$ et on dispose de deux ressorts de raideurs $k_1 = 4,0 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$ et $k_2 = 1,0 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$. Lequel faut-il choisir pour réaliser la suspension ?

Exercice 7 : Détermination expérimentale des caractéristiques d'une bobine :

Pour étudier une bobine réelle B, on effectue le montage indiqué sur le schéma. C'est ainsi que l'on obtient l'oscillogramme (copie d'écran de l'oscilloscope) ci-dessous. Les calibres de l'oscilloscope sont identiques pour les deux voies : 2 V/division pour l'axe des ordonnées et 1 ms/division pour l'axe des abscisses.

Le générateur délivre une tension $u_e(t) = U_m \cos(\omega t)$. On donne : $R = 20 \Omega$ et $C = 10 \mu\text{F}$.



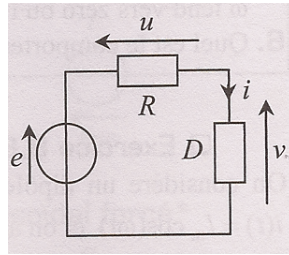
1) L'oscillogramme permet de calculer les valeurs de la période T , de la pulsation ω , des amplitudes U_m et I_m , et de l'impédance Z_{AB} (module de l'impédance complexe du dipôle AB). Déterminer ces valeurs numériques et recopier, en le complétant, le tableau qui suit.

Grandeur	$T(\text{s})$	$\omega \text{ (rad/s)}$	$I_m \text{ (A)}$	$U_m \text{ (V)}$	$Z_{AB} \text{ (}\Omega\text{)}$
Valeur numérique					

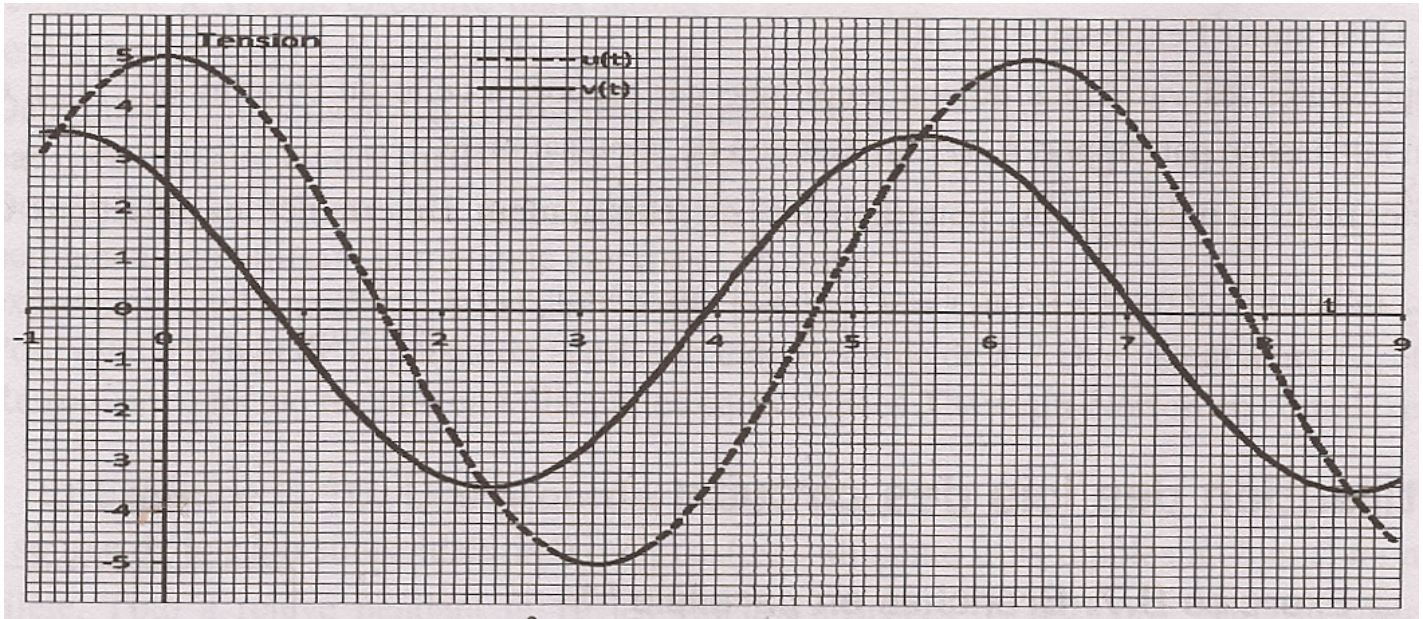
- 2) Des deux tensions u_I et u_{II} , laquelle est en avance de phase sur l'autre ?
- 3) Calculer le déphasage φ entre la tension $u_e(t) = U_m \cos(\omega t)$ et l'intensité du courant $i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi)$.
- 4) Montrez que, dans l'hypothèse d'une bobine idéale B de résistance interne r nulle, les valeurs numériques de Z_{AB} , φ et R sont incohérentes.
- 5) Il est donc nécessaire de prendre en compte la résistance interne r de la bobine. Calculer r .
- 6) En déduire la valeur numérique de l'inductance L de la bobine.

Exercice 8 : Dipôle inconnu :

Dans le montage suivant, le GBF délivre une tension $e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω , R est une résistance et D un dipôle inconnu. On note $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ et $v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$ les tensions aux bornes respectivement de R et de D .



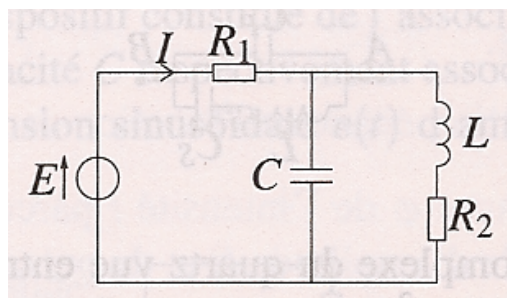
On visualise à l'oscilloscope $v(t)$ et $u(t)$, ce qui nous donne le graphe suivant :



L'unité de l'axe des temps est 10^{-2} s et celle de l'axe des tensions est 1 V. On utilise ces résultats graphiques pour déterminer les caractéristiques de D , sachant que $R = 100 \Omega$.

- 1) Déterminez U_m , V_m ainsi que la pulsation ω des signaux utilisés.
- 2) La tension v est-elle en avance ou en retard sur la tension u ? En déduire le signe de φ . Déterminer la valeur de φ à partir du graphe.
- 3) On note $\underline{Z} = X + jY$ l'impédance du dipôle D .
 - a) Déterminez, à partir des résultats précédents, les valeurs de X et de Y .
 - b) Par quelle association de dipôles peut-on modéliser D ?

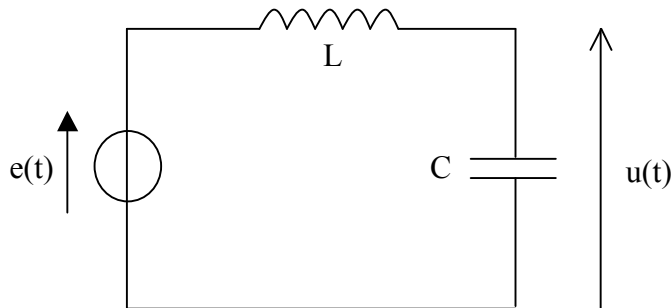
Exercice 9 : Courant et tension en phase :



On veut que le courant $i(t)$ parcourant R_1 soit en phase avec la tension $e(t)$ aux bornes du générateur. Quelle relation doivent vérifier R_2 , L , C et ω pour qu'il en soit ainsi en régime sinusoïdal forcé ?

Exercice 10 : Circuit LC en régime libre et en régime forcé :

On réalise le circuit LC suivant (où on suppose qu'il n'y a aucune résistance) :



1) Etude du régime libre :

Dans un premier temps on suppose qu'il n'y a pas de source ($e(t) = 0$) mais que le condensateur est initialement chargé. Ainsi, à $t = 0$, $u(t) = E$ et $i(t) = 0$.

a) Etablir l'équation différentielle satisfaite par la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur, puis la résoudre (en respectant les conditions initiales). On pourra poser $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Calculer également le courant $i(t)$ dans le circuit.

b) Calculer l'énergie $E_L(t)$ de la bobine ainsi que l'énergie $E_C(t)$ du condensateur. Montrer que l'énergie totale est conservée.

Tracer sur un même graphe E_L , E_C et E_{total} .

c) Expliquer « physiquement » ce qui se passe dans ce circuit, en terme de comportements du condensateur (qui se charge et se décharge) et de la bobine (qui s'oppose aux variations du courant). Pourquoi est-ce que le circuit n'atteint jamais un régime stationnaire (où le condensateur serait déchargé) ?

2) Etude du régime sinusoïdal forcé :

On suppose à présent que la source est sinusoïdale (il s'agit par exemple d'un générateur à basses fréquences) et émet une tension $e(t) = E \cos(\omega t)$ (où la pulsation ω est réglable).

a) Déterminer $u(t)$ en régime sinusoïdal forcé.

b) On note U l'amplitude de $u(t)$ en régime sinusoïdal forcé. Tracer la courbe représentative de U en fonction de ω (pulsation de la source). Que se passe-t-il pour $\omega = \omega_0$? Interpréter.