Filtres linéaires en électronique

Un filtre à café est un dispositif qui laisse passer les particules de taille inférieure à 10 μm environ mais bloque les particules de taille supérieure. Bien sûr ce cours ne porte pas sur l'étude des filtres à café mais l'analogie est intéressante puisqu'en électronique, on appelle "filtre" un circuit qui laisse passer des signaux de certaines fréquences mais qui va bloquer (ou fortement atténuer) d'autres fréquences.

De la même façon, en optique, un filtre est un dispositif (en général du verre ou du plastique de composition particulière ou bien traité en surface) qui va laisser passer certaines longueurs d'ondes (donc certaines fréquences) mais en bloquer d'autres. Par exemple un filtre UV laisse passer les ondes lumineuses ayant des fréquences dans le domaine du visible mais bloque les ultra-violets.

On distingue en électronique quatre catégories de filtres :

— les filtres *passe bas*, qui laissent passer les "basses" fréquences mais bloquent les "hautes" fréquences (on voit que le filtre à café dont on a parlé au début est l'équivalent d'un filtre passe bas puisqu'il ne laisse passer que les particules suffisament petites)

— les filtres *passe haut*, qui laissent passer les hautes fréquences mais bloquent les basses

— les filtres *passe bande*, qui ne laissent passer qu'une seule gamme de fréquence (et bloquent donc à la fois les basses fréquences et les hautes fréquences)

— les filtres *coupe bande* ou *rejecteurs de bande* qui laissent passer les basses et les hautes fréquences mais bloquent une bande de fréquence intermédiaire.

Les filtres constituent l'outil principal dans le domaine du "traitement du signal" et sont donc omniprésents en électronique.

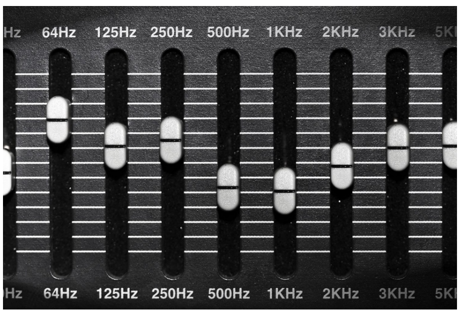
Citons entre autres :

— tous les dispositifs de traitement du son, comme les boutons sur une chaine Hi-Fi permettant de régler séparément les graves et les aigüs, ou, de manière plus "professionnelle", les égaliseurs ("equalizers" en anglais) qui permettent aux ingénieurs du son de régler séperément le niveau sonore de plusieurs dizaines de bandes de fréquences différentes

— les filtres ADSL (pour Asymetric Digital Subscriber Line) qui se branchent aux prises téléphoniques d'une maison et permettent de séparer le signal téléphonique (basse fréquence) du signal internet (haute fréquence), ces deux signaux empruntant la même ligne téléphonique

— les filtres passe-bande des postes radio, permettant de n'écouter qu'une seule station radio à la fois (alors que toutes les stations émettent en même temps)

— des filtres permettant de réduire le "bruit" pour améliorer la qualité d'un signal (audio, vidéo, ou autre).



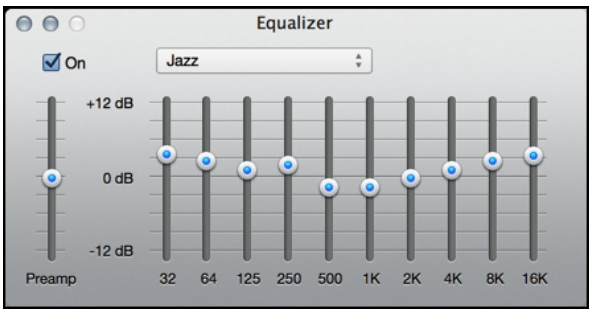


FIGURE 1 – Exemples d'*égaliseurs* ("equalizer" en anglais) : à gauche un égaliseur analogique, comme on peut en trouver dans un studio d'entregistrement ou sur une chaîne Hi-Fi, à droite, un égaliseur numérique d'un ordinateur

FIGURE 2 – Filtre ADSL classique, qui se branche à la sortie de la prise téléphonique et permet de séparer le signal téléphonique du signal internet

Nous allons nous intéresser exclusivement à des filtres :

- analogiques : ils fonctionnent donc pour des signaux analogiques, et pas pour des signaux numériques (vous évoquerez le cas des filtres numériques en cours d'électronique l'an prochain)
- linéaires : ils utilisent exclusivement des composants linéaires (en pratique des résistances, condensateurs et bobines)
- passifs : ils n'utilisent que des composants passifs (résistances, bobines, condensateur), et pas des composants actifs comme par exemple des amplificateurs opérationnels (appelés aussi ALI pour "amplificateur linéaire intégré"). Les filtres actifs utilisent des composants plus complexes (et qui ont besoin d'être alimentés) et ont souvent de meilleures performances que les filtre passifs.

On va voir que de simples circuits RC, RL ou RLC permettent de construire des filtres passe-bas, passe-haut, passe-bande ou coupe-bande.

L'*ordre* d'un filtre est l'ordre du circuit qui le consitue (et donc l'ordre de l'équation différentielle qui le régit). Par exemple, un filtre consitué d'un circuit RC est d'ordre 1 tandis qu'un filtre constitué d'un circuit RLC est d'ordre 2.

I Définition et généralités : fonction de transfert, diagramme de Bode

1) Définition et fonction de transfert

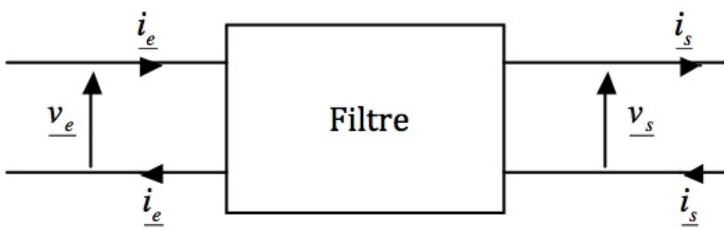


FIGURE 3 – Quadripôle

Par définition, un filtre est un *quadripôle* dont la réponse en régime sinusoïdal forcé (c'est à dire le rapport $\frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}$) dépend de la fréquence du signal.

Ainsi, le filtre sera caractérisé par sa *fonction de transfert* :

$$\boxed{\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}}$$

Remarque 1 : On note $\underline{H}(j\omega)$ pour insister sur le fait que :

- la fonction de transfert est un complexe (d'où le "j")
- elle est fonction de la pulsation du signal (d'où le "ω").

Remarque 2 : La fonction de transfert contient toute l'information nécessaire sur le filtre. En d'autres termes, connaissant $\underline{H}$ et le signal d'entrée $v_e(t)$ on peut connaître le signal de sortie $v_s(t)$. En effet :

- l'amplitude de $v_s(t)$ est égale au module de la fonction de transfert multiplié par l'amplitude de $v_e(t)$
- le déphasage entre $v_s(t)$ et $v_e(t)$ est égal au module de la fonction de transfert

2) Gain en décibels

Par définition, appelle "gain" le module de la fonction de transfert :

$$H(\omega) = \left|\frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}\right| = \frac{V_s}{V_e}$$

Le gain *en décibels* est égal à 20 fois le logarithme (décimal) du gain, soit :

$$\boxed{G_{dB} = 20\log(|\underline{H}(j\omega)|)}$$

Explication : le "bel" (du nom de Graham Bell, inventeur du téléphone) correspond à une échelle logarithmique. Un décibel est un dixième de bel (tout comme un décimètre est un dixième de mètre), donc la valeur du gain en décibels (dB) vaut 10 fois sa valeur en bels (B) : 3 B = 30 dB, tout comme 3 m = 30 dm. Enfin, le facteur 2 vient du fait que l'on s'intéresse en fait plutôt au rapport de la puissance de sortie sur la puissance d'entrée, et que la puissance est proportionnelle au carré de l'amplitude de la tension (et $\log(x^2) = 2\log(x)$).

Question :

Calculer le rapport de l'amplitude du signal de sortie sur le signal d'entrée ($\frac{V_s}{V_e}$) lorsque le gain en dB vaut :

- 3 dB
- 10 dB
- -10 dB
- -20 dB
- -40 dB
- -60 dB

3) Bande passante à -3 dB

Notons $G_{dB,max}$ la valeur maximale du gain en décibels du filtre considéré.

Par définition, on appelle "bande passante à -3 dB", l'intervalle de pulsations ω (ou de fréquences f) tel que, pour toute pulsation ω appartenant à la bande passante, on ait :

$$G_{dB}(\omega) \geq G_{dB,mx} - 3dB$$

Remarques :

— les bornes de la bandes passante, c'est à dire les pulsations qui vérifient : $G_{dB}(\omega) = G_{dB,mx} - 3dB$ s'appellent les "fréquences de coupure"

— Les pulsations de coupure sont définies par :

$$\begin{aligned} G_{dB}(\omega) &= G_{dB,mx} - 3dB \\ \Leftrightarrow 20\log(H(\omega)) &= 20\log(H_{max}) - 3 \\ \Leftrightarrow H(\omega) &= \frac{H_{max}}{10^{3/20}} \\ \Leftrightarrow H(\omega) &= \frac{H_{max}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Ainsi la définition de la bande passante que l'on vient de voir est équivalente à celle que l'on a vue dans le cours précédent (ouf !).

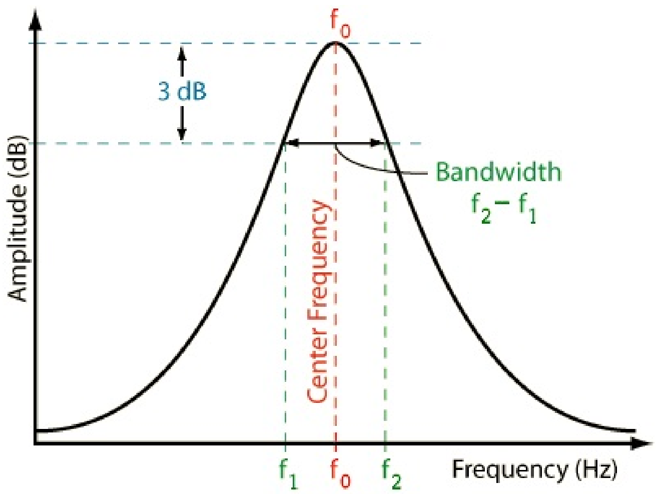


FIGURE 4 – Illustration de ce que représente la bande passante (contrairement à ce que peut laisser penser le dessin, la fréquence du maximum n'est pas forcément au milieu de la bande passante

4) Diagramme de Bode

Cette représentation graphique porte le nom de Hendrik Bode (1905 - 1982), grand ingénieur et physicien américain, à qui l'on doit des contributions majeures dans les domaines de l'électronique, des télécommunications et de la régulation (boucles de régulation). Il a eu également un rôle très important dans le perfectionnement de missiles anti-aériens pendant la deuxième guerre mondiale.

Le diagramme de Bode constitue une des représentations graphiques les plus répendues permettant de visualiser le comportement d'un filtre (il existe d'autres représentations que nous n'étudieront pas, comme les diagrammes de Nyquist, ou de Black).

Un diagramme de Bode est en fait constitué de deux courbes :

— Une courbe représentant le gain en décibels en fonction du logarithme (décimal) de la fréquence (ou de la pulsation)
— Une courbe représentant la "phase" (c'est à dire l'argument de la fonction de transfert, qui correspond au déphasage entre la sortie et l'entrée) en fonction du log de la fréquence

En pratique, plutôt que de "s'embêter" à calculer le logarithme de la fréquence, on préfère utiliser du papier *semi-logarithmique*, c'est à dire du papier gradué avec une échelle normale sur l'axe des ordonnées mais une échelle logarithmique sur l'axe des abscisses.

Un des intérêts majeurs de l'échelle logarithmique est de permettre de voir à la fois ce qui se passe aux basses fréquences et aux hautes fréquences : si on utilisait une échelle normale, on ne verrait en pratique que les hautes fréquences (et les basses fréquences seraient toutes tassées au niveau de l'origine), comme le montre la figure 5.

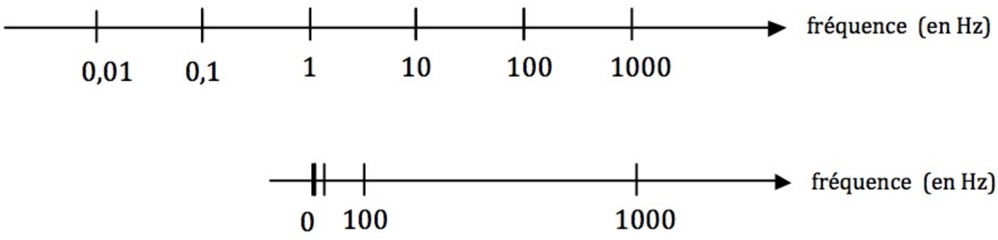


FIGURE 5 – Comparaison entre une échelle logarithmique (en haut) et une échelle linéaire normale (en bas). On voit que sur l'échelle log, les hautes fréquences et les basses fréquences sont aussi visibles les unes que les autres, tandis que sur une échelle normale les basses fréquences sont invisibles. La fréquence de 0 Hz n'apparaît pas sur l'échelle log (elle est rejetée à l'infini à gauche)

Remarque : En électronique, on appelle "décade" un intervalle de fréquences $[f_1,\ f_2]$ (ou, de manière équivalente, un intervalle de pulsations) tel que $f_2 = 10 f_1$ [1]. Ainsi, l'intervalle $[1Hz, 10Hz]$ est une décade, de même que l'intervalle $[100kHz, 1MHz]$. Sur une échelle logarithmique, toutes les décades font la même taille (ce qui n'est pas le cas, bien sûr, sur une échelle linéaire).

On verra ensuite qu'un deuxième intérêt de l'utilisation d'une échelle logarithmique en abscisse est qu'ainsi les diagrammes de Bode vont présenter des asymptotes droites, ce qui les rendra plus faciles à tracer.

1. Cette notion est similaire à celle d'*octave* en musique qui est une intervalle de fréquences $[f_1,\ f_2]$ tel que $f_2 = 2f_1$.

II Filtres linéaires du premier ordre

1) Passe-bas du premier ordre

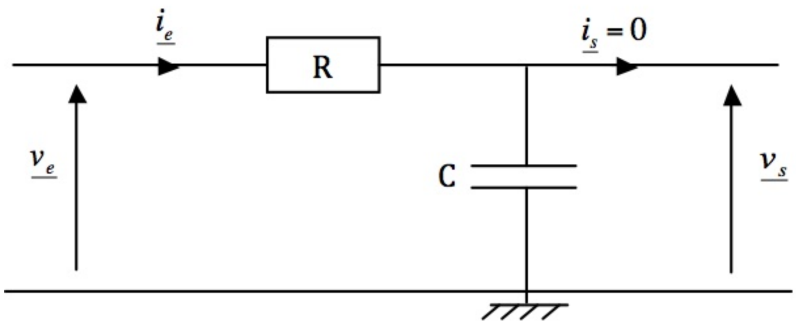


FIGURE 6 – Exemple de filtre passe-bas d'ordre 1. Les bornes de droite permettent de connecter un appareil en sortie du filtre (à "la charge"). On va faire l'étude dans le cas où la sortie est laissée ouverte (rien n'est connecté), donc $\underline{i_s} = 0$.

On considère le quadripôle de la figure 6 (circuit RC), étudié en sortie ouverte (c'est à dire que l'on suppose que l'on n'a connecté aucun appareil à la sortie du filtre). Pour les applications numériques, on prendra $R = 1,0k\Omega$ et $C = 1,0\mu F$.

Etude qualitative :

Il est important d'être capable de déterminer qualitativement la nature d'un filtre (passe-bas, passe-haut, passe-bande, coupe-bande), très rapidement et sans faire aucun calcul, simplement en étudiant son comportement aux très basses et aux très hautes fréquences. Ici le raisonnement est le suivant :

— Aux très basses fréquences, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert, ainsi, le courant i_c qui circule dans le condensateur est nul. Or, puisque $i_s = 0$ (puisqu'on a laissé la sortie ouverte), on a avec la loi des noeuds que $i_e = 0$. Or d'après la loi des mailles $v_s = v_e - Ri_e$ donc $v_s = v_e$ à basses fréquences et donc le signal à basses fréquences "passe"

— Aux très hautes fréquences, le condensateur se comporte comme un fil, donc $v_s = 0$ (tension aux bornes d'un fil)

On peut donc conclure *sans faire aucun calcul* que le filtre est un passe-bas

Calcul de la fonction de transfert :

Puisque $i_s = 0$, la résistance et le condensateur sont en série. On peut donc utiliser la formule du diviseur de tension, qui donne directement :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jx}$$

en notant $x = RC\omega$ la pulsation réduite (sans unité).

Ceci est effectivement la forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas d'ordre 1 (on peut éventuellement trouver une constante autre que 1 au numérateur si le filtre est actif).

Gain en dB et phase :

$$G_{dB}(\omega) = 20\log(|\underline{H}(j\omega)|) = -20\log(\sqrt{1 + x^2}) = -10\log(1 + x^2)$$

$$\varphi(\omega) = arg(\underline{H}(j\omega)) = -arctan(x)$$

Diagramme de Bode :

On va d'abord établir le diagramme de bode asymptotique en étudiant les cas limites $x << 1$ (soit $x \to 0$) et $x >> 1$ (soit $x \to +\infty$).

— $x << 1$. Dans ce cas :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+jx} \simeq 1$$

Donc $G_{dB}(x) \simeq 0$: le diagramme de Bode en gain présente une asymptote horizontale, de valeur 0

et $\varphi(x) = 0$: le diagramme de Bode en phase présente également une asymptote horizontale de valeur 0

— $x >> 1$. Dans ce cas :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+jx} \simeq \frac{1}{jx} \simeq \frac{-j}{x}$$

Donc $G_{dB}(x) \simeq -20\log(x)$.

Dans une réprésentation de Bode, puisque l'on trace G_{dB} en ordonnée (donc $Y = G_{dB}$) en fonction de $log(x)$ en abscisse (donc $X = \log(x)$), ceci correspond à une droite d'équation $Y = -20X$: on dit que le diagramme de Bode présente à haute fréquence une droite asymptote de pente $-20dB/decade$.

De plus, $\varphi(x) \simeq -\frac{\pi}{2}$: ainsi le diagramme de Bode en phase présente une asymptote horizontale de valeur $-\frac{\pi}{2}$ à haute fréquence.

— Pour compléter cette étude asymptotique, on peut regarder ce qui se passe pour la valeur "charnière" $x = 1$: on a alors :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+j}$$

Donc $G_{dB} = 20\log(\frac{1}{\sqrt{2})} \simeq -3dB$. On en déduit par la même occasion que $x = 1$ (c'est à dire $\omega = \frac{1}{RC} = 10^3 rad/s$) est la pulsation de coupure. La bande passante est donc l'intervalle de pulsations $[0rad/s,\ 10^3 rad/s]$.

De plus, pour $x = 1$, on aura $\varphi = arg(\frac{1}{1+j}) = -\frac{\pi}{4}$.

On peut donc à présent tracer le diagramme de Bode, en traçant d'abord le diagramme asymptotique puis le diagramme réel.

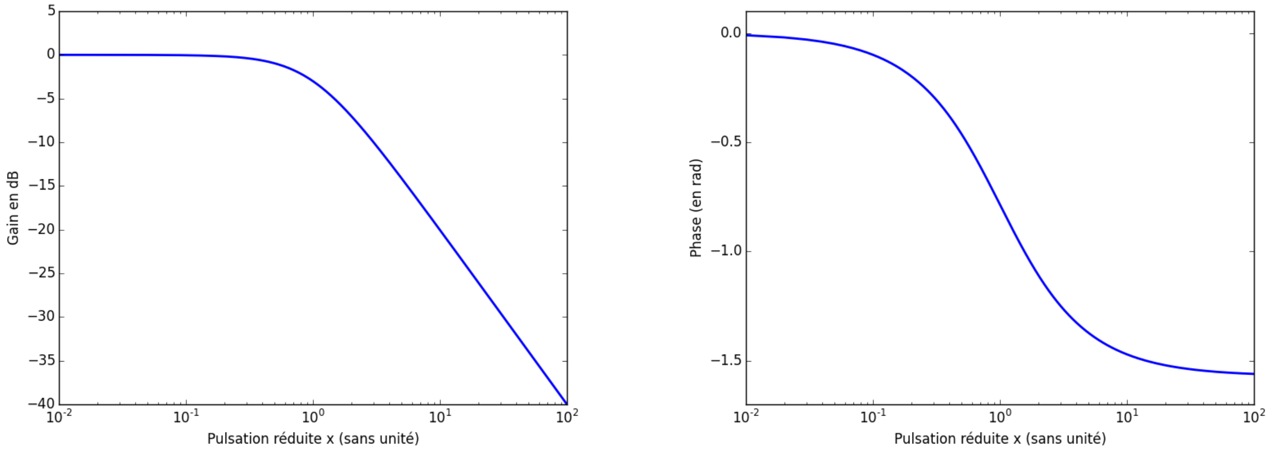


FIGURE 7 – Diagramme de Bode d'un filtre passe-bas d'ordre 1 (on a représenté 4 décades).

Comportement intégrateur aux hautes fréquences :
Lorsque $x >> 1$, i.e. $\omega >> \frac{1}{RC}$, on a :

$$\underline{H}(j\omega) \simeq \frac{1}{jx} \simeq \frac{1}{jRC\omega}$$

Ainsi, $\frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} \simeq \frac{1}{jRC\omega}$, soit : $\underline{v_s} = \frac{1}{RC}\frac{\underline{v_e}}{j\omega}$
ce qui donne, en notation réelle :

$$v_s(t) = \frac{1}{RC}\int v_e(t)dt$$

On en déduit qu'à haute fréquence, l'effet du filtre consiste à intégrer le signal d'entrée (ainsi, si par exemple le signal d'entrée est un signal créneau, le signal de sortie sera un signal triangulaire).

2) Passe-haut du premier ordre

Il suffit d'inverser les positions de la résistance et du condensateur dans le filtre précédent :

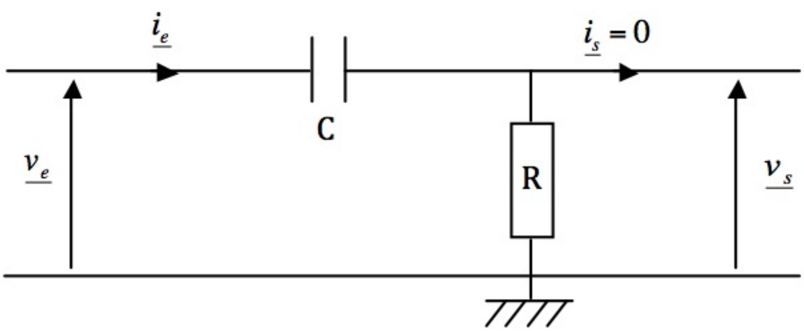


FIGURE 8 – Exemple de filtre passe-haut d'ordre 1

Etude qualitative :
Montrer rigoureusement (mais sans aucun calcul) que ce filtre est bien un passe-haut.

Fonction de transfert :

Montrer que $\underline{H} = \frac{jx}{1+jx} = \frac{1}{1+\frac{1}{jx}}$, en posant $x = RC\omega$ la pulsation réduite.

Diagramme de Bode :

Montrer que le diagramme du gain en dB présente :

— une asymptote de pente $+20dB/dec$ à basse fréquence

— une asymptote horizontale (de valeur 0 dB) à haute fréquence

— et que la pulsation de coupure à -3 dB est $\omega_c = \frac{1}{RC}$

Montrer également que le diagramme de la phase présente :

— une asymptote horizontale de valeur $+\frac{\pi}{2}$ à basse fréquence

— une asumptote horizontale de valeur 0 à haute fréquence.

Tracer le diagramme de Bode sur les figures 9 et 10.

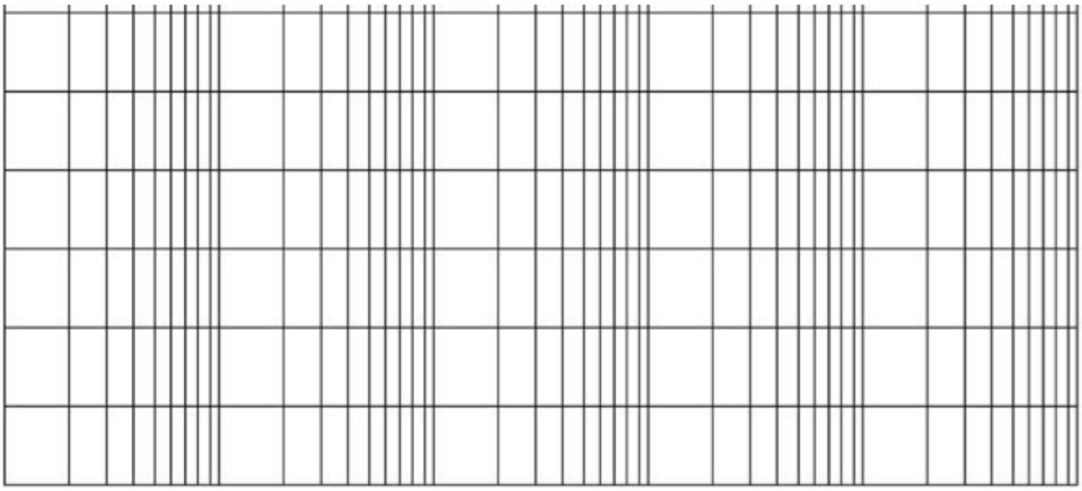


Figure 9 – Diagramme de Bode (gain en dB) d'un passe-haut d'ordre 1

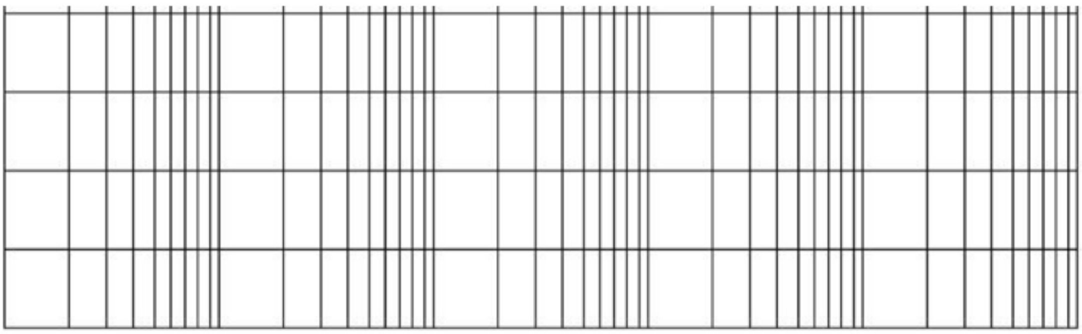


Figure 10 – Diagramme de Bode (phase) d'un passe-haut d'ordre 1

Montrer enfin que ce filtre a un comportement dérivateur aux basses fréquences.

III Filtres du deuxième ordre

Il s'agit de filtres pour lesquels la fonction de transfert a comme termes de plus haut degré des termes en ω^2.

On peut en construire très simplement en utilisant un circuit du deuxième ordre, comme par exemple un circuit RLC série.

1) Passe-bas du deuxième ordre

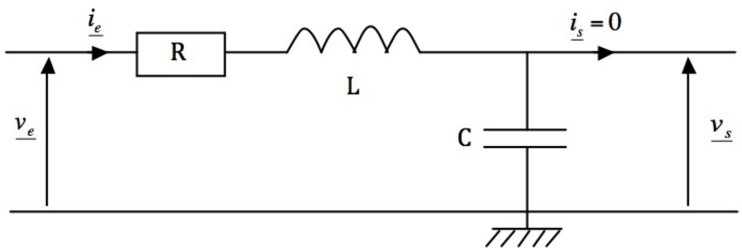


Figure 11 – Exemple de filtre passe bas d'ordre 2

- Justifier qualitativement qu'il s'agit bien d'un filtre passe-bas
- Montrer que la fonction de transfert s'écrit : $\underline{H}(jx) = \frac{1}{1-x^2+j\frac{x}{Q}}$ en posant $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.
- Montrer que le diagramme de Bode en gain présente une asymptote horizontale à basse fréquence et une asymptote oblique de pente $-40dB/dec$ à haute fréquence

Le diagramme de Bode en gain est représenté figure 12 pour trois valeurs différentes de Q et pour une fréquence propre $f_0 = 1,0kHz$. Notez que pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ on observe un phénomène de résonance (résonance en tension) comme on l'a vu dans le cours précédent.

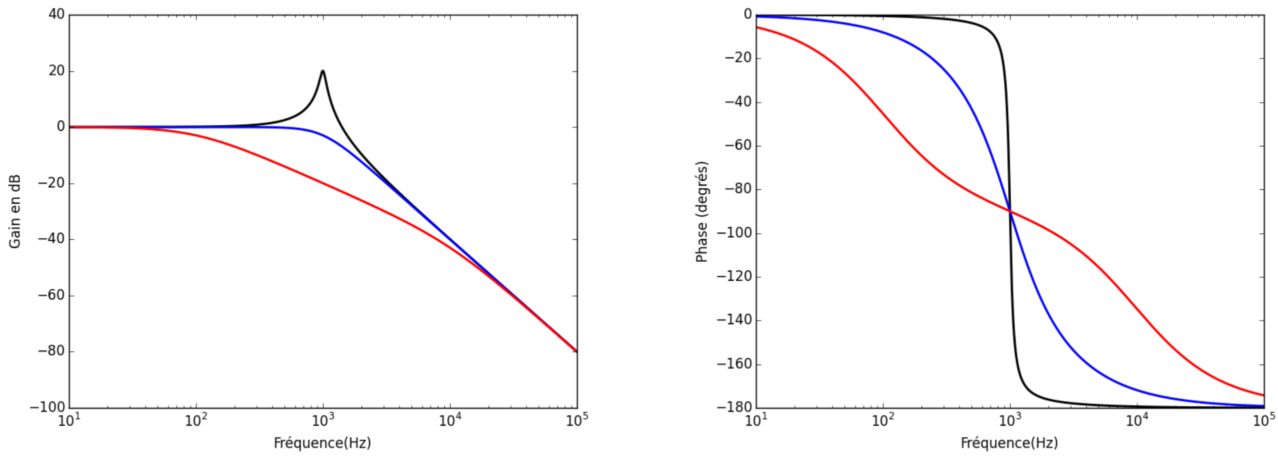


Figure 12 – Diagramme de Bode pour un filtre passe bas d'ordre 2 de fréquence propre $f_0 = 1,0\ kHz$. On a pris Q = 10 (courbe du dessus, en noir : notez la résonance), $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (au milieu, en bleu) et $Q = 0,1$ (en bas, en rouge)

2) Passe-bande du deuxième ordre

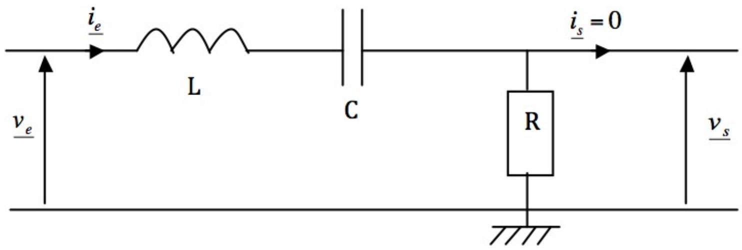


FIGURE 13 – Exemple de filtre passe bas d'ordre 2

- Justifier qualitativement qu'il s'agit bien d'un filtre passe-bande
- Montrer que la fonction de transfert s'écrit : $\underline{H}(jx) = \frac{1}{1+jQ(x-\frac{1}{x})}$ en posant $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.
- Montrer que le diagramme de Bode en gain présente une asymptote de pente $+20dB/dec$ à basse fréquence et $-20dB/dec$ à haute fréquence

Le diagramme de Bode en gain est le suivant (la forme exacte dépend de la valeur de Q) :

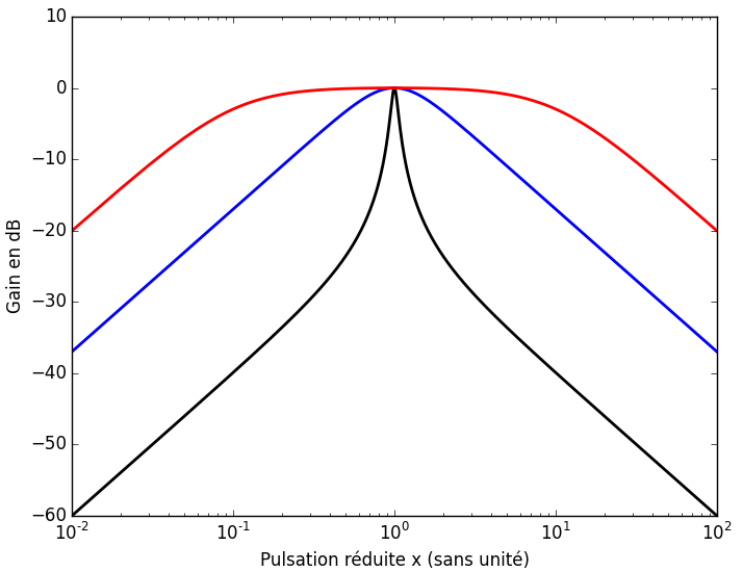


FIGURE 14 – Diagramme de Bode (gain seulement) d'un filtre passe-bande d'ordre 2 pour $Q = 10$ (en bas, en noir), $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (au milieu, en bleu) et $Q = 0,1$ (en haut, en rouge). Notez que dans tous les cas on a des asymptotes de pente $+20\ dB/dec$ à basse fréquence et $-20\ dB/dec$ à haute fréquence mais que la bande passante est d'autant plus étroite que Q est élevé.

3) Lien entre fonction de transfert et équation différentielle

On a vu deux outils pour déterminer l'évolution temporelle d'un système :

- son équation différentielle, qui est complètement générale et s'applique à tout type de régime
- sa fonction de transfert, qui n'est valable, a priori, que pour le régime sinusoïdal forcé.

On sait que pour passer de l'équation différentielle à la fonction de transfert, il suffit de remplacer les $\frac{d}{dt}$ par des $j\omega$.

En fait, on montre que (sauf dans quelques cas très rares), on peut aussi faire la démarche inverse, c'est à dire calculer d'abord la fonction de transfert et en déduire l'équation différentielle en remplaçant les $j\omega$ par des $\frac{d}{dt}$. Cette méthode est très pratique car il est souvent beaucoup plus facile de calculer la fonction de transfert d'un circuit que d'établir son équation différentielle !

<u>Exemple d'application :</u>

La fonction de transfert d'un filtre est :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\alpha + \beta\omega}{\gamma + \delta\omega + \epsilon\omega^2}$$

où α, β, γ, δ et ϵ sont des constantes.

Déterminer l'équation différentielle qui relit $v_e(t)$ et $v_s(t)$.

IV Effet d'un filtre sur un signal périodique quelconque

1) Rappel : décomposition en série de Fourier d'un signal périodique

On a déjà parlé de ce résultat fondamental des mathématiques, qui a des applications dans toutes les disciplines scientifiques et qui justifie a lui seul l'attention particulière que l'on porte aux signaux sinusoïdaux :

Tout signal périodique $s(t)$ (de période T, fréquence $f = \frac{1}{T}$ et pulsation $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$) peut s'écrire comme une série (somme infinie) de signaux sinusoïdaux de fréquences multiples (entières) de f (0, f, $2f$, $3f$...)

Autrement dit, avec une formule mathématique :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(n\omega t + \varphi_n)$$

où :

— a_0 est la valeur moyenne du signal (le "décalage" ou "offset" sur un GBF)

— le terme $a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$, de même fréquence que le signal, s'appelle le terme *fondamental*

— le terme $a_n \cos(n\omega t + \varphi_n)$ (pour $n > 1$) s'appelle l'harmonique de rand n

La représentation de l'ensemble des a_n s'appelle le *spectre* du signal périodique.

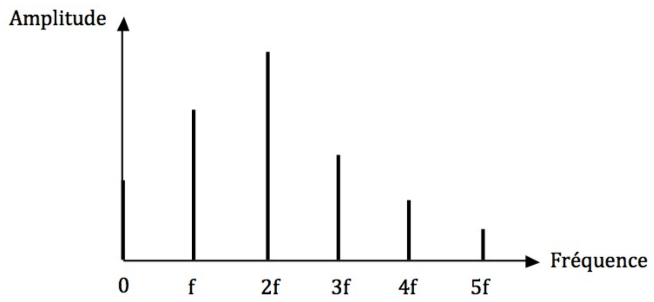


Figure 15 – Exemple de spectre d'un signal périodique

2) Conséquence de la linéarité du filtre

La conséquence essentielle de la linéarité du filtre est que, si le signal d'entrée est la somme de deux signaux, alors le signal de sortie sera la somme des signaux de sortie que l'on aurait obtenue pour chaque entrée prise séparément (pour plus de généralité, vous pouvez remplacer le mot « somme » par « combinaison linéaire » dans la phrase précédente).

La figure 16 présente cela de manière plus schématique.

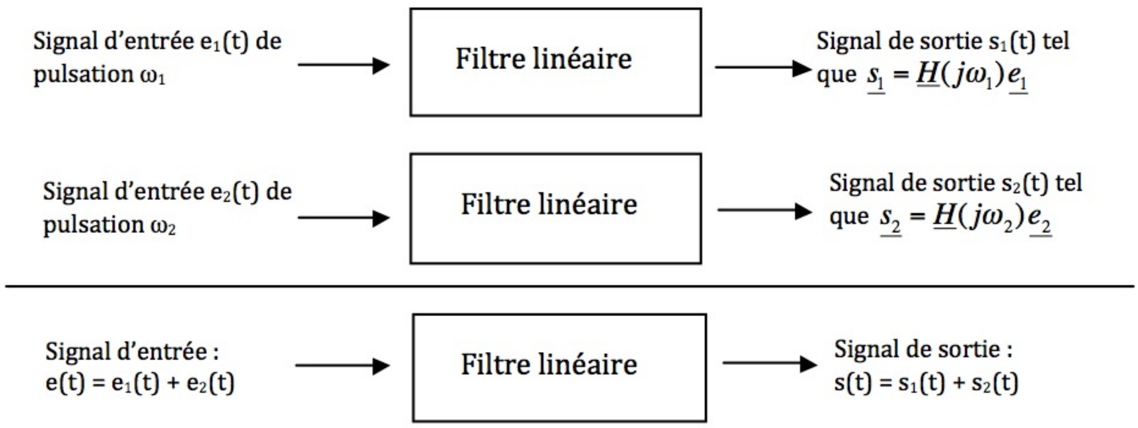


FIGURE 16 – Effet d'un filtre linéaire sur une somme de deux signaux

Exemple d'application :

On considère un filtre passe-bas du premier ordre (circuit RC par exemple, où la sortie est sur le condensateur), de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+jRC\omega}$ avec $R = 1,0k\Omega$ et $C = 1,0\mu F$.

En entrée de ce filtre, on envoie la tension $v_e(t) = 12\cos(\omega_1 t) + 4\cos(\omega_2 t)$ avec $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 150Hz$ et $f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = 3,0kHz$ (voir figure 17).

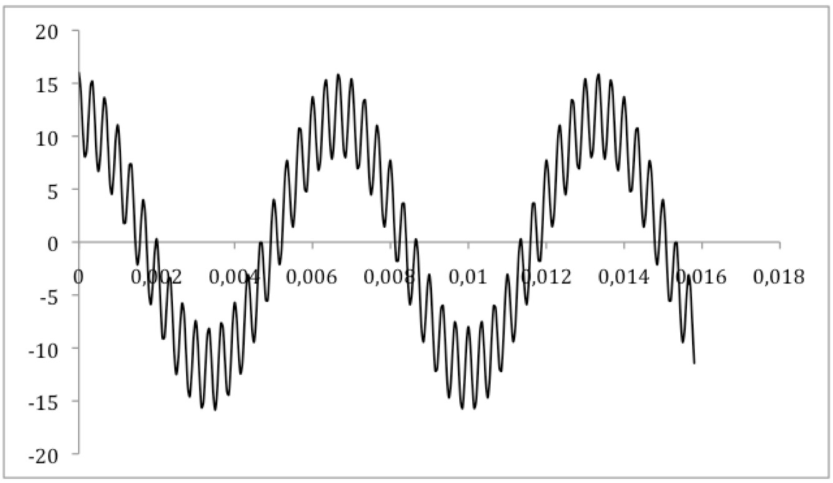


FIGURE 17 – Représentation graphique du signal d'entrée

Question : déterminer la formule mathématique du signal de sortie $s(t)$.

Remarque : si on trace ce signal de sortie, on obtient la courbe de la figure 18 : on voit bien que la composante à haute fréquence du signal d'entrée a été grandement atténuée (par rapport à sa composante de plus basse fréquence).

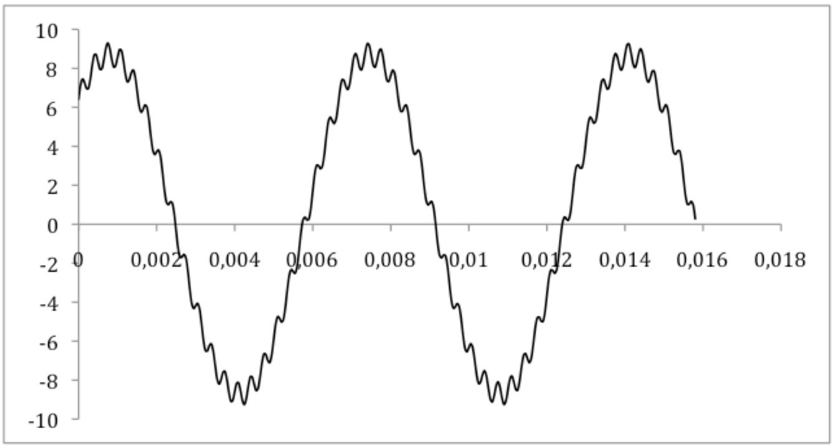


FIGURE 18 – Représentation graphique du signal de sortie

<u>Autre exemple : filtre moyenneur :</u>

Considérons un signal créneau $e(t)$ de valeur moyenne $5V$, d'amplitude $1V$ et de fréquence $f = 100kHz$ (voir figure 19).

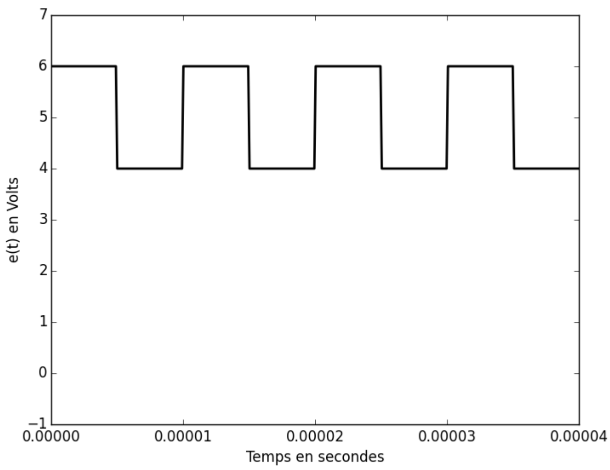


FIGURE 19 – Signal créneau de valeur moyenne non nulle

Sa décomposition en série de Fourier est :

$$e(t) = 5 + \frac{4}{\pi}\sin(\omega t) + \frac{4}{3\pi}\sin(3\omega t) + \frac{4}{5\pi}\sin(5\omega t) + ...$$

On applique ce signal en entrée du filtre passe-bas de la question précédente. Quel signal $s(t)$ récupère-t-on en sortie ? (justifier le nom de ce filtre).