

Correction d'exercices de la feuille 2 (propagation d'un signal)

Romain Planques (MPSI 1, Lycée Thiers, Marseille)

Exercice 2

1)

Notons t_0 le moment (a priori inconnu) où a eu lieu le séisme et D la distance (également inconnue) entre le foyer du séisme et la station de mesure. Puisque les ondes P se propagent à la vitesse c_P et les ondes S se propagent à la vitesse c_S , on a :

$$D = c_P(t_P - t_0) \quad (1)$$

et

$$D = c_S(t_S - t_0) \quad (2)$$

On a donc un système de deux équations à deux inconnues, qu'il suffit de résoudre pour déterminer D et t_0 . En faisant la différence des deux équations, on obtient :

$$0 = c_P t_P - c_S t_S + t_0(c_S - c_P) \quad (3)$$

D'où :

$$t_0 = \frac{c_S t_S - c_P t_P}{c_S - c_P} \quad (4)$$

D'autre part, en faisant la combinaison linéaire $c_S \times (1) - c_P \times (2)$, on obtient :

$$D(c_S - c_P) = c_S c_P (t_P - t_S) \quad (5)$$

soit :

$$D = \frac{c_S c_P (t_S - t_P)}{(c_P - c_S)} \quad (6)$$

2)

Si on connaît la distance D_1 entre le séisme et une station S_1 , on sait que le séisme a eu lieu quelque part sur la sphère de centre S_1 et de rayon D_1 (en fait, uniquement la portion de cette sphère qui est située à l'intérieur de la Terre).

Si on connaît également la distance D_2 à une station S_2 , on peut positionner le foyer du séisme sur l'intersection des deux sphères non concentriques, c'est à dire sur un cercle.

La connaissance de la distance D_3 à une troisième station permet de positionner le foyer à l'intersection d'une troisième sphère et du cercle précédent, ce qui nous donne a priori deux points possibles. Avec un peu de chance, un seul de ces deux points sera situé à l'intérieur de la Terre (l'autre sera «en l'air») et on connaîtra donc la position du foyer du séisme.

Cette méthode de localisation à partir de la donnée de trois distances s'appelle la «trilatération» (on parle souvent de «triangulation» mais en toute rigueur la triangulation utilise des données angulaires en plus des données de distances) est utilisée par le système GPS («Global Positioning System»).