

Correction d'exercices de la feuille 25 : Deuxième principe de la thermodynamique

Exercice 2 : Egalisation des températures de deux systèmes :

1) On considère le système constitué des deux solides. Pour ce système, l'évolution est adiabatique et isobare et on a donc $\Delta H_{total} = 0$, d'où :

$$\Delta H_1 + \Delta H_2 = 0$$

soit :

$$C_1(T_f - T_1) + C_2(T_f - T_2) = 0$$

soit :

$$T_f = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2}$$

Cette expression est assez naturelle : la température finale du système est la moyenne des températures initiales des deux solides, pondérées par leurs capacités thermiques (ainsi, le solide qui a la plus grande capacité thermique aura plus son "mot à dire" sur la température finale).

2) On considère toujours le système constitué des deux solides. Comme ce système n'échange pas de chaleur avec le milieu extérieur, on a $S_{ech} = 0$, d'où, d'après le second principe :

$$\Delta S = S_{créé}$$

Or :

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = C_1 \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + C_2 \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)$$

en utilisant l'expression (donnée en début de feuille d'exercice) de l'entropie d'une phase condensée idéale.

Si l'on se place dans le cas particulier où $C_1 = C_2 = C$, on a bien sûr $T_f = \frac{T_1 + T_2}{2}$, ce qui conduit à :

$$\Delta S = C \ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right) = C \ln\left(\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2}\right)$$

et donc :

$$S_{créé} = C \ln\left(\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2}\right)$$

Petit exercice de maths facile : montrer que la quantité $\ln\left(\frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2}\right)$ est toujours positive ou nulle et qu'elle est nulle uniquement si $T_1 = T_2$ (ce qui montre que le transfert thermique entre les deux solides est un phénomène irréversible).

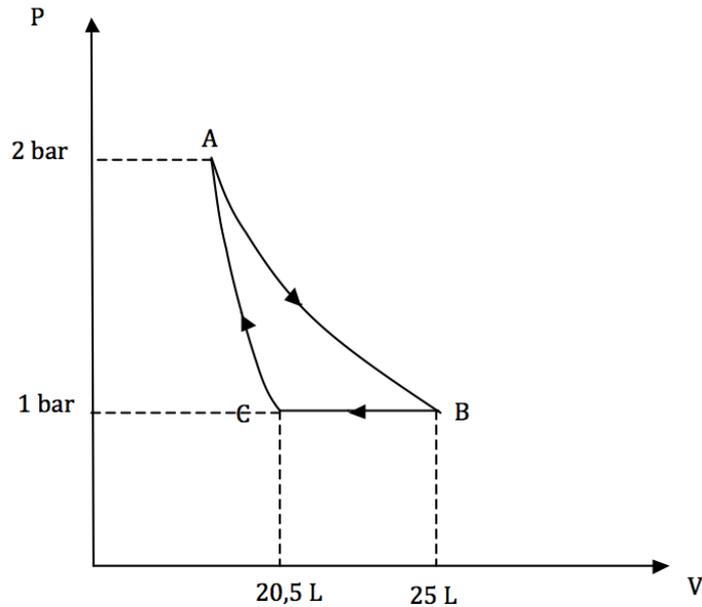
Exercice 4 : Sens d'un cycle monotherme :

1) Avant de tracer le cycle, calculons le volume en B. D'après la loi des gaz parfaits :

$$P_B V_B = nRT_B$$

avec $T_B = T_A$ puisque la détente est isotherme. Ainsi $V_B = 25L$.

On peut donc tracer l'allure du cycle en coordonnées de Clapeyron, qui est la suivante :



On voit que le cycle est moteur (puisque'il est parcouru dans le sens des aiguilles d'une montre).

Remarque : on retrouve aussi le résultat vu en cours que la courbe isentropique (adiabatique réversible) passant par A a une pente plus grande que l'isotherme.

2) Pour déterminer l'entropie créée entre A et B, on va déterminer d'abord la variation d'entropie et l'entropie échangée.

L'énoncé donne la formule pour l'entropie d'un gaz parfait :

$$S(T, V) = \frac{nR}{\gamma - 1} \ln(T) + nR \ln(V) + cte$$

En utilisant la loi des gaz parfaits, on peut écrire, en variables (T,P) :

$$S(T, P) = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln(T) - nR \ln(P) + cte$$

D'où :

$$\Delta S_{AB} = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) - nR \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right) = nR \ln(2)$$

De plus :

$$S_{ech} = \frac{Q}{T_T}$$

avec $Q = \Delta U - W = -W$ ($\Delta U = 0$ puisqu'il n'y a pas de variation de température du système).

Or $W = -\int P dV = -nRT_A \int \frac{1}{V} dV = -nRT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = -nRT_A \ln\left(\frac{P_A}{P_B}\right) = -nRT_A \ln(2)$.

Donc $Q = nRT_A \ln(2)$ et $S_{ech} = nR \ln(2)$.

On a donc $S_{créé} = \Delta S - S_{ech} = 0$ ce qui est normal pour une évolution réversible.

3) Puisque l'évolution BC est isobare, on a d'après la loi des gaz parfaits que :

$$\frac{T_C}{V_C} = \frac{T_B}{V_B}$$

d'où :

$$T_C = T_B \frac{V_C}{V_B} = 246K$$

Ensuite, comme l'évolution est isobare :

$$W_{BC} = -P_B(V_C - V_B) = 450J$$

On obtient alors avec le premier principe :

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} - W_{BC} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_B) - W_{BC} = -1,57 kJ$$

Pour calculer $S_{créé}$, on va à nouveau calculer ΔS et S_{ech} .

$$S_{ech} = \frac{Q_{BC}}{T_T} = -5,24 J.K^{-1}$$

et

$$\Delta S_{BC} = \frac{\gamma nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) - nR \ln\left(\frac{P_C}{P_B}\right) = -5,77 J.K^{-1}$$

Ainsi $S_{cree} = \Delta S - S_{ech} = -0,53 J.K^{-1}$.

Ainsi, l'évolution BC est impossible (c'était prévisible, on voit mal comment le système pouvait refroidir sans être détendu et en étant mis en contact avec un thermostat à sa température!).

Ainsi, le cycle considéré est irréalisable dans le sens indiqué (c'est normal car il correspondrait à une machine thermique motrice fonctionnant avec un seul thermostat, ce qui est impossible). Il est par contre réalisable dans le sens inverse.