Correction d'exercices de la feuille 23 : Introduction à la thermodynamique

Exercice 4 : Etude d'une pompe :

1) On va utiliser la conservation de la masse, ou plus précisément ici le fait que, comme le système est fermé, le nombre de moles total de gaz doit rester constant. Ainsi, en notant n_0 le nombre de moles de gaz initial dans un des réservoirs, $n_{g,n}$ le nombre de moles de gaz dans le compartiment de gauche après n aller-retour et $n_{g,d}$ le nombre de moles à droite après n aller-retour, on a :

$$n_{g,d} + n_{g,n} = 2n_0$$

soit, en utilisant la loi des gaz parfaits :

$$\frac{P_n^g V}{RT} + \frac{P_n^d V}{RT} = 2\frac{P_0 V}{RT}$$

ou encore :

$$P_n^g + P_n^d = 2P_0$$

2) Au $n^{\text{ème}}$ aller-retour, quand la soupape S_1 est ouverte et que le piston est en position basse, le gaz qui était initialement dans le réservoir de gauche (volume V) est maintenant dans l'ensemble réservoir de gauche + cylindre (volume $V + v$). On a donc, par application de la loi des gaz parfaits et car l'évolution est supposée isotherme :

$$P_n^g \times (V + v) = P_{n-1}^g \times V$$

D'où :

$$P_n^g = P_{n-1}^g \times \left(\frac{V}{V+v}\right)$$

soit, par récurrence :

$$P_n^g = P_0 \times \left(\frac{V}{V+v}\right)^n$$

Ensuite, en utilisant la formule de la question 1), on obtient que :

$$P_n^d = P_0 \times \left(2 - \left(\frac{V}{V+v}\right)^n\right)$$

On voit donc qu'après un grand nombre d'aller-retours la pression à gauche tend vers 0 et celle à droite vers $2P_0$.

Exercice 5 :

1) Il suffit de convertir les th en kJ. Une thermie est la quantité de chaleur nécessaire pour élever de $1°C$ la température de $1000L$ d'eau, soit :

$$Q = \Delta U = C\Delta T = m_{eau}c_{eau}\Delta T = 1000 \times 4,18.10^3 \times 1 = 4,18.10^6 J$$

D'où $q_v = 10th/m^3 = 4,18.10^4 kJ/m^3$.

2) On a :

$$q_m = \frac{q_v}{\rho}$$

où ρ est la masse volumique du méthane (vous pouvez raisonner en terme d'unités : q_m est en $kJ.kg^{-1}$, q_v est en $kJ.m^{-3}$ et ρ est en $kg.m^{-3}$).

Or, d'après la loi des gaz parfaits : $PV = nRT$, donc $PV = \frac{m}{M}RT$, donc $\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} = 0,66kg/m^3$.

Ainsi, $q_m = 6?33.10^4 kJ.kg^{-1}$.

3) En une seconde, le gazoduc achemine une masse $m = 2,5kg$ de méthane, soit une énergie totale de $q_m \times m = 15,8.10^4 kJ$. Or en une seconde, chaque foyer consomme en moyenne 3 kJ. D'où le nombre de foyers : $N = \frac{1,58.10^4}{3} \simeq 53000 \; foyers$.