Correction d'exercices de la feuille 17 : Mécanique quantique

Exercice 1 :

Calculons l'énergie d'un photon. D'après la formule de Planck-Einstein :

$$E = h\nu \simeq 6,63.10^{-34} \times 105,5.10^{6} \simeq 7,0.10^{-26} J$$

L'émetteur radio a une puissance de 100 kW, ce qui signifie qu'il émet une énergie de 100.10^3 J par seconde.

Le nombre de photons qu'il émet par seconde est donc donné par :

$$N = \frac{100.10^3}{7,0.10^{-26}} \simeq 1,4.10^{30} \ photons$$

Exercice 6 :

1) Le caractère corpusculaire des atomes de néon se manifeste par le fait que l'on observe des impacts ponctuels sur la plaque réceptrice.

Le caractère ondulatoire des atomes se manifeste par le fait que l'ensemble de ces impacts dessine une figure d'interférences.

2) Il suffit de mesurer l'interfrange (distance entre deux franges brillantes successives, ou deux franges sombres successives) sur la figure. En tenant compte de l'échelle un obtient $i \simeq 1,1mm$.

D'après la formule des fentes d'Young (que l'on a démontrée en début d'année : vous pouvez vous entraîner à la retrouver !) : $i = \frac{\lambda D}{a}$ donc $\lambda = \frac{id}{D} \simeq \frac{1,1.10^{-3} \times 6,0.10^{-6}}{85.10^{-2}} \simeq 7,8nm$.

3) On sait d'après la formule de de Broglie que la longueur d'onde des atomes est reliée à leur quantité de mouvement par :

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

La quantité de mouvement des atomes est donc de : $p = \frac{h}{\lambda} \simeq 8,5.10^{-26} kg.m.s^{-1}$.

En supposant que les atomes sont non relativistes, on a de plus que $p = mv$, donc $v = \frac{p}{m}$ où m est la masse d'un atome de Néon, donc $m = \frac{M}{N_A} \simeq 3,33.10^{-26} kg$ (puisque M est la masse de N_A atomes de Néon).

On en déduit que $v = \frac{8,5.10^{-26}}{3,33.10^{-26}} \simeq 2,5m/s$.

Exercice 7 :

1) Exprimons l'énergie mécanique E d'un électron confiné dans ce puis quantique :

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m^* v^2 = \frac{p^2}{2m^*} = \frac{h^2}{2m^* \lambda^2}$$

Où on a supposé que l'énergie potentielle des électrons est nulle à l'intérieur du puits et on a utilisé la relation de de Broglie pour relier la quantité de mouvement de l'électron à sa fonction d'onde.

De plus, le fait que l'électron ne peut pas sortir de la couche centrale d'Arséniure de Gallium impose que sa fonction d'onde doit s'annuler en $x = 0$ et $x = L$ (sachant que la fonction d'onde est toujours une fonction continue de la position).

Ainsi, si on cherche les différentes fonctions d'ondes possibles sous formes d'ondes stationnaires, on obtient, en raisonnant par analogie avec une corde vibrante (faites les schémas des trois ou quatre premiers modes propres de la corde !), que les longueurs d'ondes possibles de l'électron sont quantifiées et peuvent s'écrire :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

où $n \in \mathbb{N}^*$.

En remplaçant dans la formule de l'énergie mécanique, on obtient que les niveaux d'énergie de l'électron est quantifiée et s'écrivent :

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8m^* L^2} \ , n \in \mathbb{N}^*$$

2) Lors de la transition de l'électron du niveau $n = 2$ vers $n = 1$, il va y avoir émission d'un photon d'énergie :

$$E = E_2 - E_2 = \frac{3h^2}{8m^* L^2}$$

Or, pour un photon, $E = h\nu$, donc $\nu = \frac{E}{h} = \frac{3h}{8m^* L^2} \simeq 1,1 \times 10^{14} Hz$.
D'où une longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{\nu} \simeq 2,6 \mu m$. On est dans le domaine des infra-rouges.