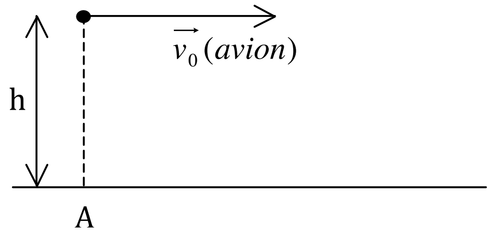
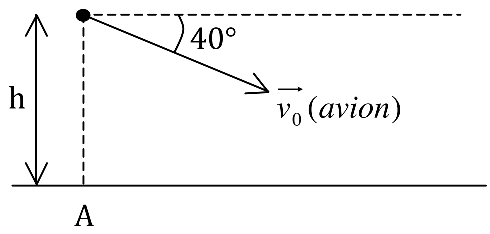
Feuille d'exercices n°14 : Dynamique Newtonienne

Exercice 1 : Avion humanitaire :

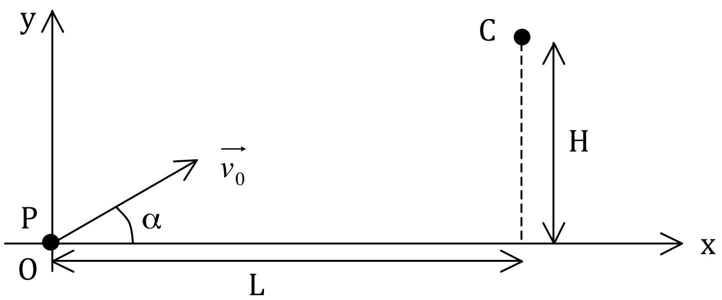
Un avion humanitaire vole à une altitude h = 500 m à la vitesse v_0 = 200 km/h. Il laisse tomber un colis de nourriture de masse m en passant à la verticale du point A.

1) A quelle distance de A le colis atterrit-il ?
2) Même question si l'avion a une trajectoire inclinée vers le bas d'un angle α = 40° par rapport à l'horizontale ?





Exercice 2 : Tir sur une cible :



Une cible C de masse m_c est abandonnée sans vitesse initiale d'une hauteur H à l'instant même où un projectile P de masse m_p est lancé du sol avec une vitesse v_0 inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale.
Calculer α pour que le projectile atteigne la cible.

Exercice 3 : Fusée :

Une fusée balistique, assimilée à un point matériel M de masse m, est mise à feu à la surface de la Terre, avec une vitesse $\vec{v_0}$.
On définit un repère Oxyz tel que O coïncide avec le point de départ de la fusée, (Oz) soit un axe vertical ascendant et (Ox) un axe horizontal. le vecteur vitesse initial est dans le plan (Oxz) et fait un angle α avec l'horizontale. L'action de l'air sur la fusée est négligée.

1) Etablir l'équation de la trajectoire z(x).

2) Exprimez la portée (distance de O au point d'impact au sol) et la flèche (hauteur maximale atteinte) en fonction de g, v_0 et α.

3) Calculer la portée maximale et la valeur correspondante de la flèche pour v_0 = 1,0 km.s^{-1}.

4) On suppose que v_0 est fixée et on veut atteindre avec la fusée un point A de coordonnées (x_A , z_A). Calculez les valeurs possibles de l'angle α. Application numérique pour x_A = 73 km et z_A = 20 km.

Exercice 4 : Comment connaît-t-on la masse du Soleil ?

1) En admettant que la Terre décrit une orbite circulaire de rayon R_{TS} autour du soleil, exprimer la masse M_S du Soleil en fonction de R_{TS}, de la constante de gravitation universelle G et de la durée T d'une période de révolution de la Terre autour du Soleil *(Indication : pensez aux coordonnées polaires pour un mouvement circulaire).*

2) Faites l'application numérique sachant que G = 6,67.10^{-11} u.s.i. (mesuré pour la première fois par Cavendish en 1798) et que R_{TS} = 1,5.10^{8} km (mesuré par Picard, Cassini et Richer en 1672).

Exercice 5 : La partie immergée de l'iceberg :

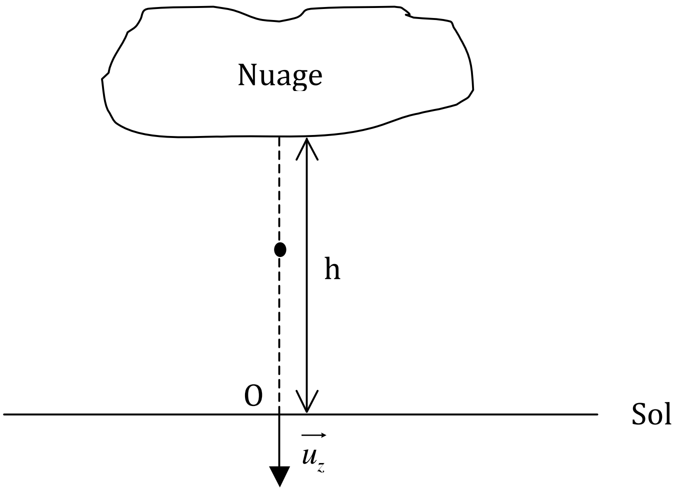
On considère un iceberg de volume total V. On notera V_i son volume immergé (c'est à dire le volume qui est dans l'eau) et V_e son volume émergé (hors de l'eau).

La masse volumique de la glace est $\rho_g = 0{,}92.10^3 kg.m^{-3}$, la masse volumique de l'eau salée est $\rho_e = 1{,}02.10^3 kg.m^{-3}$ et la masse volumique de l'air est $\rho_a = 1{,}28\, kg.m^{-3}$.

Calculer le pourcentage de l'iceberg représenté par sa partie émergée (c'est à dire le rapport $\frac{V_e}{V}$, exprimé en %).

Exercice 6 : Chute d'une goutte de pluie :

On cherche à connaître le temps que met une goutte de pluie formée dans un nuage à une altitude h = 1 km pour arriver au sol. On suppose la goutte sphérique de masse constante m et de rayon constant R. Elle est soumise à son poids et à une force de frottements de l'air proportionnelle à sa vitesse $\vec{f} = -k\vec{v}$.
On oriente l'axe (Oz) vers le bas (voir dessin).



1) Déterminer, en fonction de m, k et g, la vitesse limite v_{lim} atteinte par la goutte.

2) Montrer qu'à un instant t quelconque, la vitesse $v = \dot{z}$ de la goutte vérifie l'équation différentielle :
$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = g$ où τ est une constante que vous exprimerez en fonction de k et m. Quelle est l'unité et la signification physique de τ ?

3) Résolution de l'équation différentielle :
   a) Calculez v(t) sachant que la goutte est créée à t = 0 sans vitesse initiale.
   b) Au bout de quelle durée T (en fonction de τ), la vitesse de la goutte est-elle égale à 95% de sa vitesse limite ?

4) Applications numériques : la goutte a un rayon R = 0,1 mm (il s'agit de bruine) et une masse volumique $\rho = 1{,}0.10^3 kg.m^{-3}$. Le coefficient de frottement k est donné par la formule de Stokes : $k = 6\pi\eta R$ où η est la viscosité de l'air : $\eta = 18.10^{-6} Pa.s$. On rappelle que le volume d'une boule de rayon R est donné par : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Pour l'accélération de la pesanteur, on prendra $g = 10\, m.s^{-2}$.
   a) Calculer v_{lim}, en $m.s^{-1}$ puis en km/h.
   b) Calculer τ, puis la durée T que met la bille pour atteindre 95% de sa vitesse limite.
   c) Compte tenu de la faible valeur de τ, exprimez, puis calculer très simplement la durée t_c que met la goutte pour atteindre le sol, sachant qu'elle a été créée à une hauteur h = 1 km.

Exercice 7 : Atterrissage en catastrophe d'un avion :

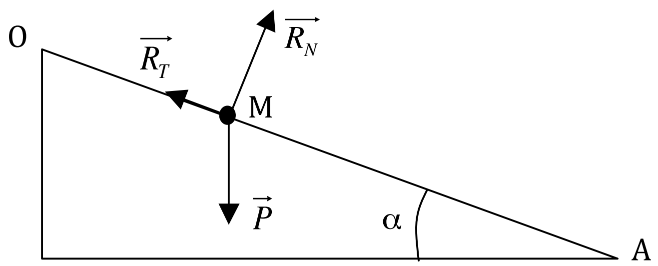
Un avion de chasse de masse m = 9 t en panne de freins atterrit à une vitesse $v_a = 241\,km.h^{-1}$. Une fois au sol, il est freiné en secours par un parachute de diamètre D = 3 m déployé instantanément par le pilote au moment où les roues de l'avion touchent le sol. On néglige les forces de frottement des roues sur le sol par rapport à la force de trainée (frottement fluide) du parachute, qui vaut, en norme : $F_T = \frac{1}{2}\rho S C_x v^2$ où v est la vitesse de l'avion, S la surface du parachute, $\rho = 1{,}2\,kg.m^{-3}$ la masse volumique de l'air et C_x le coefficient de trainée du parachute, qui vaut 1,5. On considère que le réacteur ne délivre plus aucune poussée.

1) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la vitesse v de l'avion.

2) En déduire l'expression de v(t). On prendra pour origine des temps la date à laquelle les roues de l'avion touchent le sol.

3) Dans le cas où les freins fonctionnent, la distance d'atterrissage de l'avion est de l'ordre de d = 1400 m. Déterminer la vitesse atteinte par l'avion après avoir été freiné uniquement par le parachute sur cette distance. Faites l'application numérique.

Exercice 8 : Plan incliné :



On considère un point matériel M de masse m sur un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale.
Comme on a vu en cours, la réaction d'un support solide sur un point matériel s'écrit comme la somme d'une force $\overrightarrow{R_N}$, normale au support, et d'une force tangentielle $\overrightarrow{R_T}$, dite force de frottement (et donc nulle quand il n'y a pas de frottements).
D'après les lois de Coulomb, on a, si le point matériel est en mouvement: $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = f\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$
et si le point matériel est immobile : $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| < f\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$
où f est le coefficient de frottement (dans cet exercice, on suppose que le coefficient de frottement statique et le coefficient de frottement dynamique sont égaux).

1) Donner la condition sur f et α pour que M soit immobile.

2) Cette condition n'étant pas réalisée, calculer le temps de chute t_c (de O à A) et la vitesse de M en A, si M est lâché sans vitesse initiale en O. Faire ensuite l'application numérique avec m = 2 kg, OA = 1 m, α = 20° et f = 0,1.

Exercice 9 : Descente à ski :

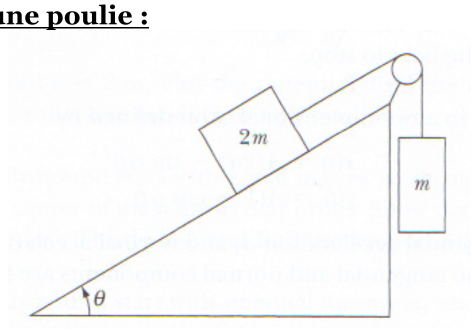
Une piste de ski a une pente de 50% (ce qui signifie qu'un déplacement horizontal de 100 m correspond à une variation d'altitude de 50 m).
Un skieur de 70 kg descend cette piste. On suppose qu'il est soumis a une force de frottement dans l'air proportionnelle au carré de sa vitesse avec un coefficient k = 6,2.10⁻² unités SI ($\overrightarrow{F_{air}} = -kv\vec{v}$).
Il y a aussi des frottements solides entre les skis et la piste, et on notera f le coefficient de friction dynamique (que l'on prendra égal à 0,02).

1) Quel est l'angle que fait la piste avec l'horizontale ?

2) Calculer la vitesse limite atteinte par le skieur (expression littérale puis numérique).

3) Quel est le temps caractéristique τ du régime transitoire (au bout duquel on peut considérer que le skieur a quasiment atteint sa vitesse limite) ?
Donner l'équation de la vitesse du skieur en fonction du temps et vérifier qu'elle tend vers la vitesse limite trouvée à la question précédente quand le temps tend vers l'infini.
<u>Indication :</u> on pourra utiliser la primitive suivante : $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{a} \arg th\left(\frac{x}{a}\right) + cte$

<u>Exercice 10 : Masses reliées par une poulie :</u>



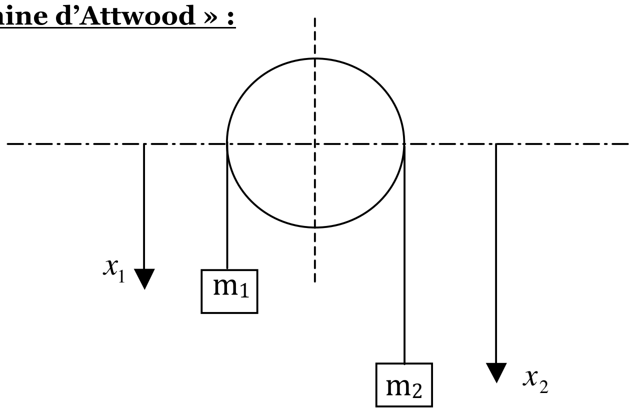
Deux masses (une de masse m et l'autre de masse $2m$) sont reliées par une corde souple inextensible via une poulie (voir dessin).

On néglige les frottements entre la corde et la poulie et on note f_d le coefficient de friction dynamique entre la masse $2m$ et le plan incliné.

En appliquant le PFD à chacune des deux masses, exprimer en fonction de f_d l'angle θ pour que les masses se déplacent à vitesse constante.

Faire l'application numérique pour $f_d = 0,5$.

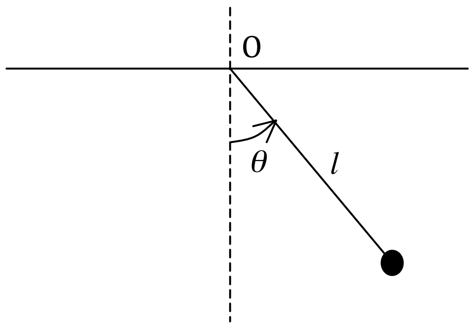
<u>Exercice 11 : « Machine d'Attwood » :</u>



On suppose qu'il n'y a pas de friction entre la corde souple et la poulie et que la corde est inextensible et de masse négligeable.
Calculer l'accélération $\ddot{x}_1$de la masse m_1, celle $\ddot{x}_2$ de la masse m_2 et donner la valeur (en norme) de la tension T du fil.

<u>Exercice 12 : Portrait de phase du pendule simple :</u>

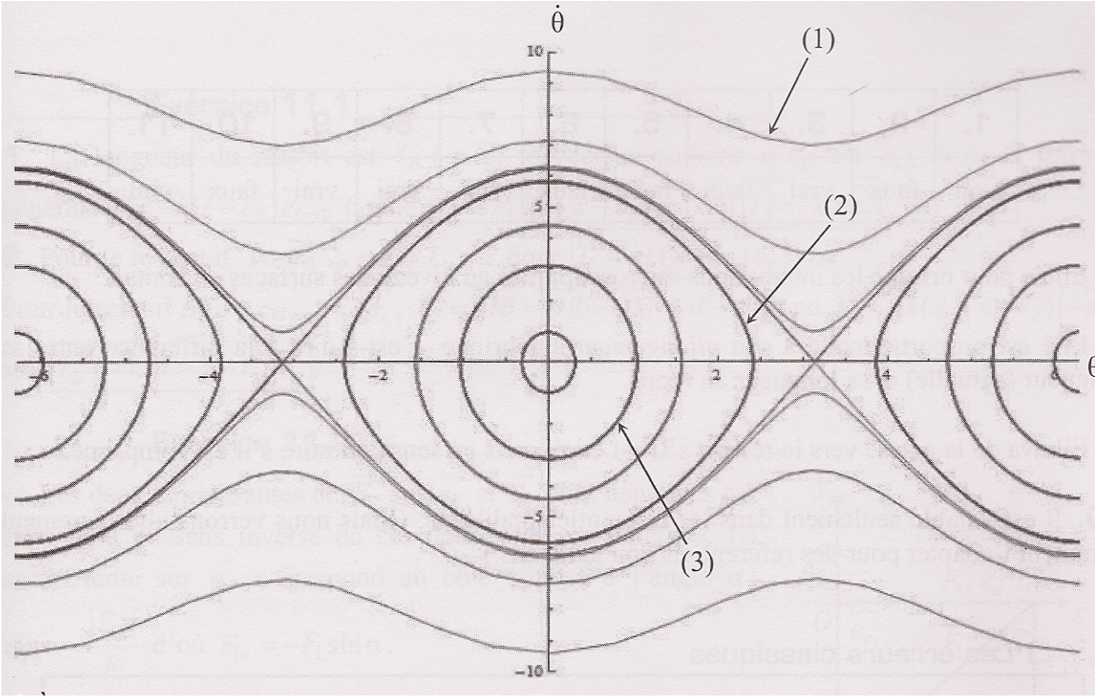
Un pendule simple est constitué d'un point matériel M, de masse m, accroché à l'extrémité d'un fil de longueur L dont l'autre extrémité est fixe en O.
On repère la position de M par l'angle θ que fait le fil avec la verticale.
On néglige tout frottement de l'air environnant.



1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par θ(t).

2) En déduire que $\dot{\theta}^2 - \frac{2g}{L}\cos(\theta) = cte$

3) Le portrait de phase est constitué de courbes ayant l'équation ci-dessus, pour différentes valeurs de la constante. Son allure est la suivante (avec θ en radians et $\dot{\theta}$ en rad.s^{-1}) :



a) A quel type de mouvement correspond la courbe (1) ? la courbe (2) ?

b) Considérons l'ellipse (3), correspondant à un mouvement d'oscillateur harmonique. Déterminer les expressions de $\theta(t)$ et $\dot{\theta}(t)$ dans ce cas. A partir de la lecture du graphe, déterminer la longueur L du pendule.

c) On suppose maintenant qu'on lance le pendule, depuis la position θ = 0, avec une vitesse horizontale v = 9,0 m.s^{-1}. Déterminer son type de mouvement d'après le graphe.

Exercice 13 : Associations de ressorts :

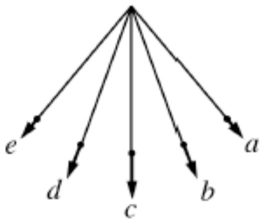
On considère deux ressorts R_1 et R_2 de même longueurs à vide l_0 et de constantes de raideur k_1 et k_2. Calculer la constante de raideur du ressort équivalent à :

1) ces deux ressorts montés en parallèle
2) ces deux ressorts montés en série

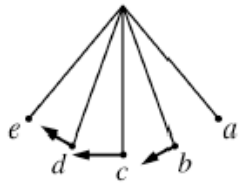
Questions à choix multiples :

1. Which of the following best illustrates the acceleration of a pendulum bob at points a through e?

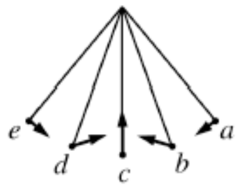
(A)



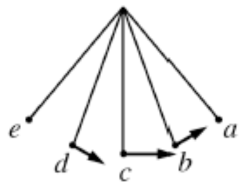
(B)



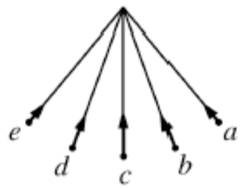
(C)



(D)



(E)

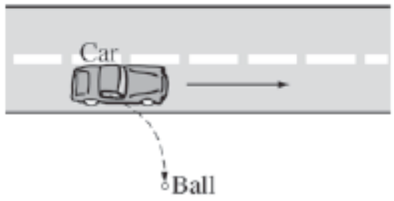


2. An object is thrown horizontally from the open window of a building. If the initial speed of the object is 20 m/s and it hits the ground 2.0 s later, from what height was it thrown? (Neglect air resistance and assume the ground is level.)

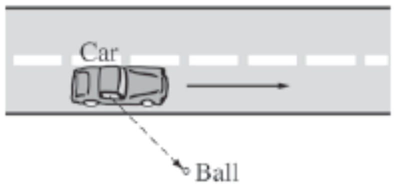
(A) 4.9 m
(B) 9.8 m
(C) 10.0 m
(D) 19.6 m
(E) 39.2 m

1. A ball is thrown out of the passenger window of a car moving to the right (ignore air resistance). If the ball is thrown out perpendicular to the velocity of the car, which of the following best depicts the path the ball takes, as viewed from above?

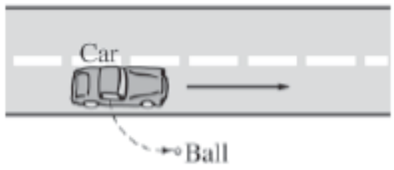
(A)



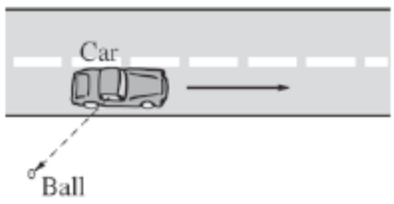
(B)



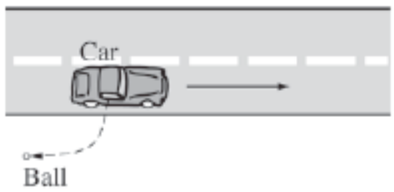
(C)

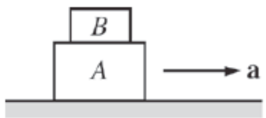


(D)



(E)

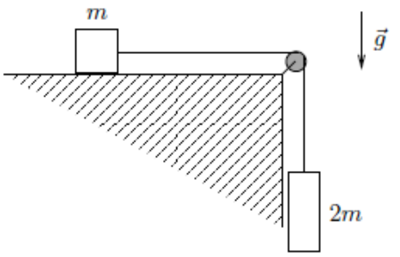




58. In the figure above, block A has mass $m_A = 25$ kg and block B has mass $m_B = 10$ kg. Both blocks move with constant acceleration $a = 2$ m/s^2 to the right, and the coefficient of static friction between the two blocks is $\mu_s = 0.8$. The static frictional force acting between the blocks is

(A) 20 N
(B) 50 N
(C) 78 N
(D) 196 N
(E) 274 N

Q2. On considère deux blocs de masse m et $2m$ reliés par un fil inextensible de masse négligeable et passant sur une poulie idéale, de sorte que le bloc de masse m est astreint à un mouvement sur un plan horizontal tandis que le bloc de masse $2m$ se déplace verticalement dans l'air. On néglige tout frottement. Que vaut la norme de la force subie par le bloc de masse m ?



(a) $2mg/3$

(b) mg

(c) $3mg/2$

(d) $2mg$

12. Une voiture de masse $m = 1000$ kg roule à vitesse constante $v = 72$ km/h sur une route parfaitement horizontale. La voiture prend un virage circulaire, de rayon $R = 100$ m. En ne considérant que des frottements solides, quel doit être le coefficient de frottement f minimal entre les pneus et la route pour que la voiture ne dérape pas ?

a) 0,2

b) 0,3

c) 0,4

d) 0,5

13. Une goutte d'eau met environ une minute à tomber des nuages jusqu'au sol. En supposant que la norme de la résistance de l'air pour une goutte sphérique est de la forme $F = \alpha R v$ et que la goutte tombe à sa vitesse limite, combien de temps faut-il à une goutte deux fois moins lourde pour tomber jusqu'au sol ?

a) 2 min

b) 1 min 35 s

c) 38 s

d) 7 s

1- Un patineur avance de façon rectiligne uniforme sur un lac gelé. Il lance une balle de caoutchouc vers le haut.

a) Il peut la rattraper sans problème
b) Elle tombe derrière lui
c) Elle tombe devant lui
d) Il ne peut pas lancer la balle verticalement

80. A 1 kg block attached to a spring vibrates with a frequency of 1 Hz on a frictionless horizontal table. Two springs identical to the original spring are attached in parallel to an 8 kg block placed on the same table. Which of the following gives the frequency of vibration of the 8 kg block?

(A) $\frac{1}{4}$ Hz

(B) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ Hz

(C) $\frac{1}{2}$ Hz

(D) 1 Hz

(E) 2 Hz

56. A small plane can fly at a speed of 200 km/h in still air. A 30 km/h wind is blowing from west to east. How much time is required for the plane to fly 500 km due north?

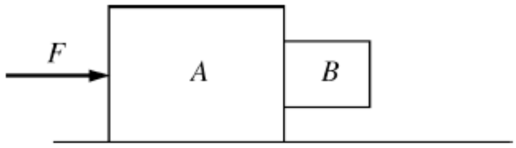
(A) $\frac{50}{23}$ h

(B) $\frac{50}{\sqrt{409}}$ h

(C) $\frac{50}{20}$ h

(D) $\frac{50}{\sqrt{391}}$ h

(E) $\frac{50}{17}$ h



73. For the system consisting of the two blocks shown in the figure above, the minimum horizontal force F is applied so that block B does not fall under the influence of gravity. The masses of A and B are 16.0 kilograms and 4.00 kilograms, respectively. The horizontal surface is frictionless and the coefficient of friction between the two blocks is 0.50. The magnitude of F is most nearly

(A) 50 N
(B) 100 N
(C) 200 N
(D) 400 N
(E) 1,600 N