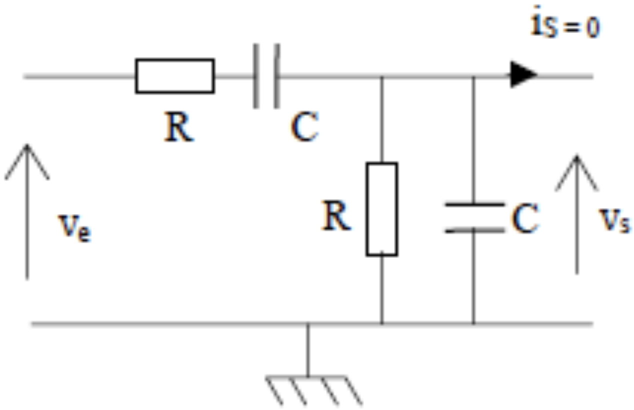
Feuille d'exercices n°12 :
Filtrage linéaire

Exercice 1 : Etude d'un filtre de Wien :

On étudie le filtre ci-dessous, où les deux résistances R sont identiques, ainsi que les capacités C des deux condensateurs.

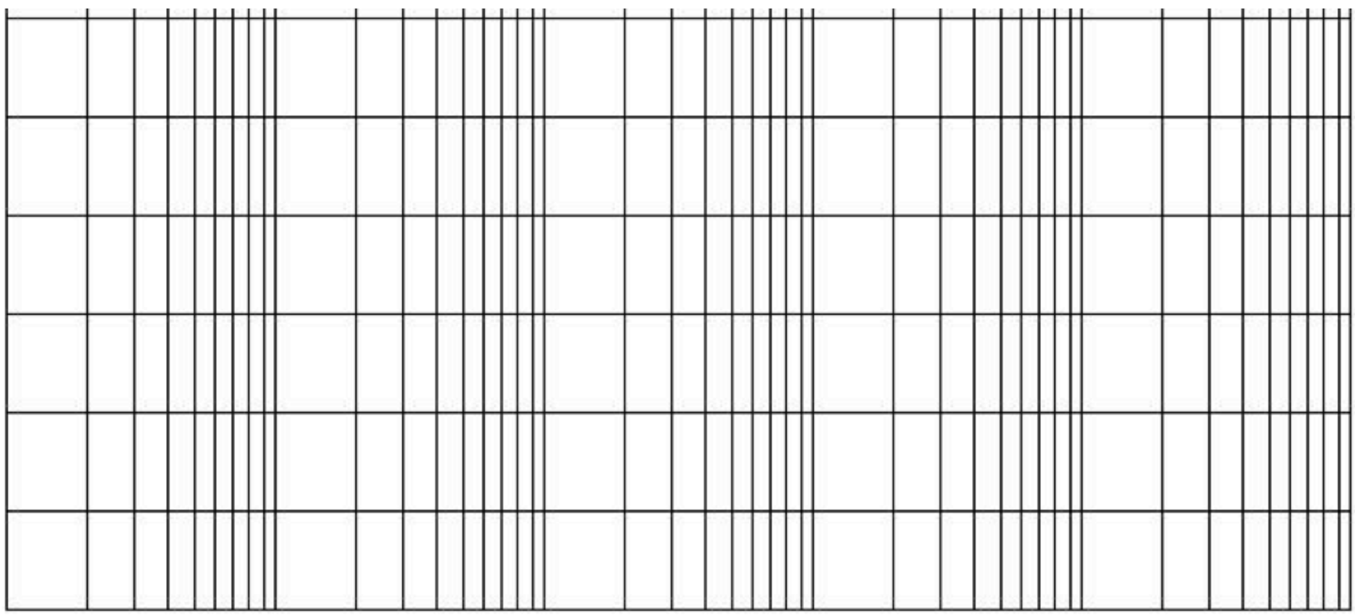


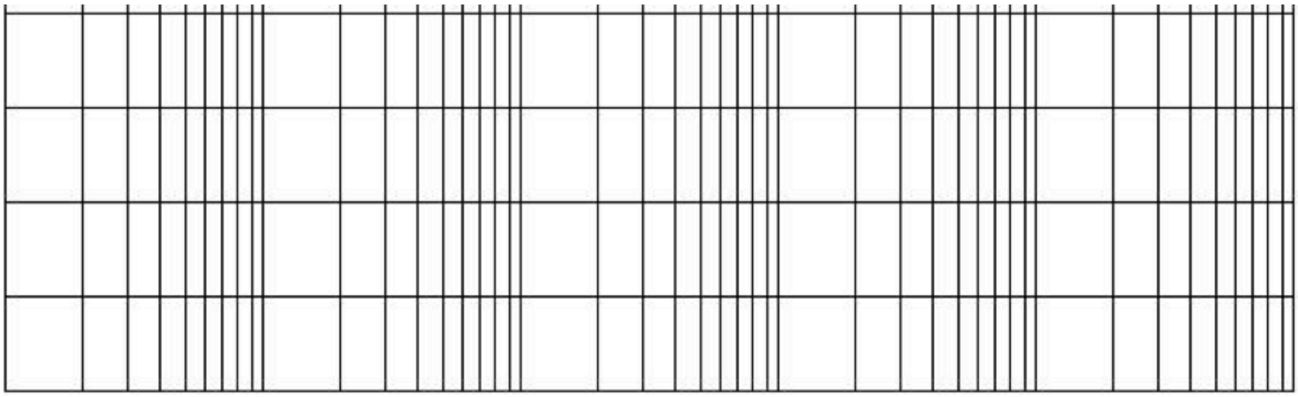
1) Déterminer, en régime sinusoïdal forcé, la fonction de transfert de ce filtre et la mettre sous la forme : $\underline{H} = \dfrac{A}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$, en précisant les valeurs de A, de Q et l'expression de ω_0 en fonction de R et de C.

2) Après avoir fait une étude asymptotique de cette fonction de transfert, tracer (sur le papier semi-logarithmique ci-dessous) son diagramme de Bode en gain G_{dB} et en phase φ. On utilisera la coordonnée réduite $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.

3) Calculer ω_0 pour R = 1,0 kΩ et C = 0,5 μF. Quel signal obtient-on en sortie si le signal d'entrée est $v_e(t) = E_m \cos(\omega t) + E_m \cos(10\,\omega\, t) + E_m \cos(100\,\omega\, t)$ avec $\omega = 2{,}0.10^2\, rad.s^{-1}$?

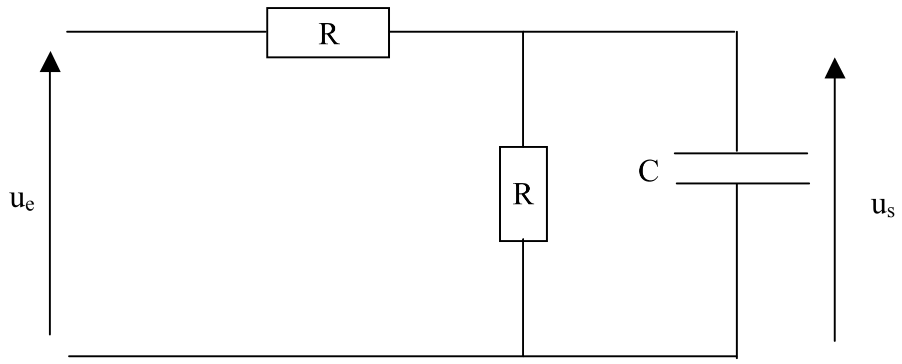
4) Filtre en régime quelconque :
Le filtre est à présent alimenté par une tension d'entrée quelconque, dont la valeur instantanée est $v_e(t)$. Etablir l'équation différentielle liant $v_s(t)$ et $v_e(t)$ (on pourra utiliser la fonction de transfert établie à la question 1).





Exercice 2 : Filtre RC :

On étudie le filtre ci-dessous :

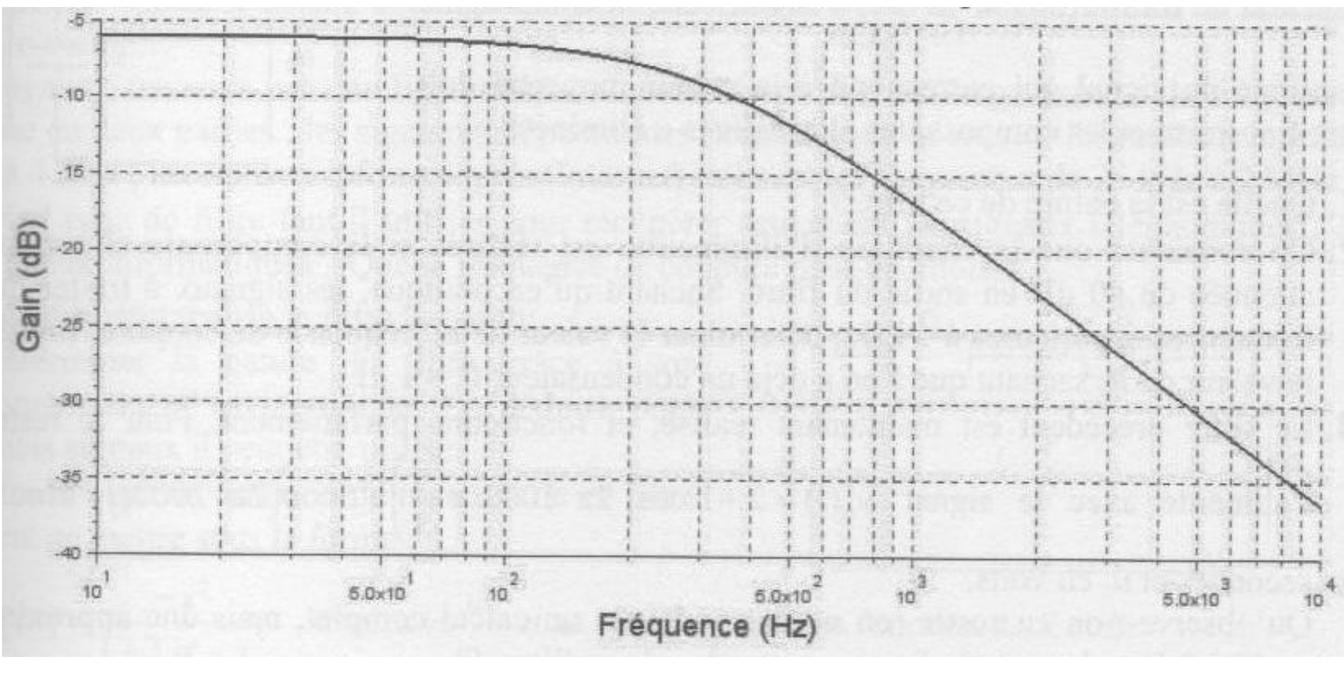


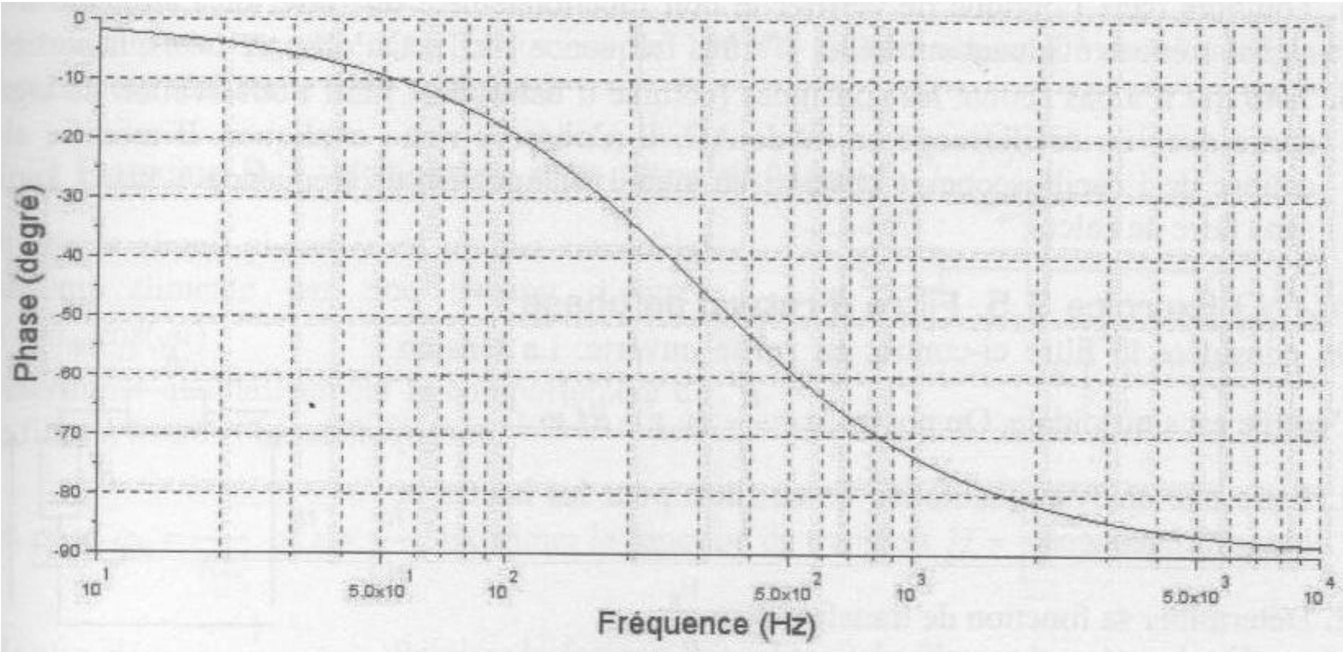
1) En effectuant un schéma équivalent en basses fréquences puis un autre en hautes fréquences, déterminer sans calcul le type de filtre dont il s'agit.

2) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(jx)$ de ce filtre en fonction de $x = RC\omega$.

3) Déterminez sa pulsation de coupure ω_c en fonction de R et C.

4) On a tracé ci-dessous le diagramme de Bode de ce filtre. Justifier les parties rectilignes du diagramme de Bode en gain. Déterminer un ordre de grandeur du produit RC.





5) En hautes fréquences, pourquoi parle-t-on d'une intégration ? Comment cela se traduit-il sur le diagramme de Bode en gain ?

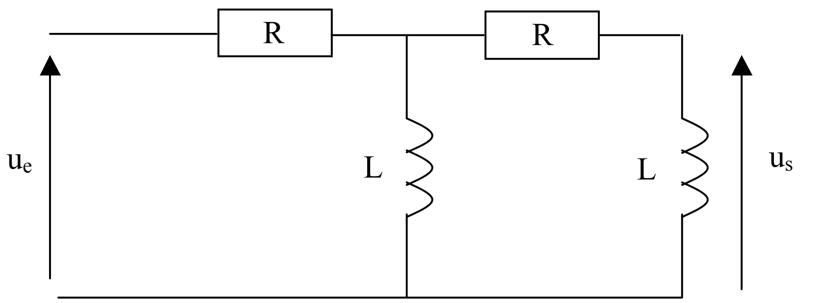
6) Déterminez l'amplitude du signal de sortie si l'entrée vaut $10\cos\left(2\pi.900.t+\frac{\pi}{3}\right)$.

<u>Exercice 3 : Filtre ADSL :</u>

Les signaux transmis par une ligne téléphonique utilisent une très large gamme de fréquences, divisée en deux parties : les signaux téléphoniques (transmettant la voix) qui utilisent des fréquences de 0 à 4 kHz, et les signaux informatiques (Internet) qui utilisent les fréquences de 25 kHz à 2 MHz.

1) Quel type de filtre faut-il utiliser pour récupérer seulement les signaux téléphoniques ? Les signaux informatiques ? Quelle fréquence de coupure peut-on choisir ?

On réalise le filtre ci-dessous :



2) Déterminer la nature de ce filtre en étudiant son comportement aux basses et aux hautes fréquences. En déduire pour quels signaux (téléphone ou internet) il peut être utilisé.

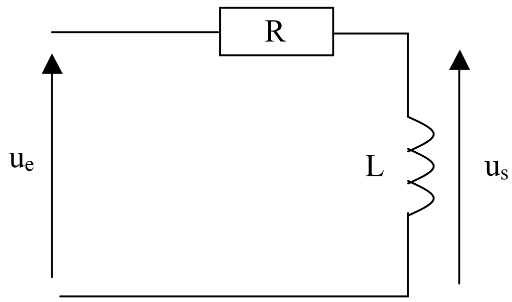
3) Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut se mettre sous la forme : $\underline{H}(jx)=\frac{-x^2}{1+3jx-x^2}$ avec $x=\frac{\omega}{\omega_0}$, où on déterminera ω_0 en fonction de R et de L.

4) Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre (gain en dB seulement).

5) On ne dispose que de résistances de 100 Ω. Quelle valeur d'inductance doit-on choisir pour réaliser le filtre souhaité ?

Exercice 4 : Filtre RL (facile : pour s'entraîner !) :

On considère le filtre ci-dessous, en sortie ouverte :



1) Déterminer la nature du filtre grâce à son comportement aux très basses et très hautes fréquences.

2) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$ de ce filtre. Identifier sa pulsation caractéristique ω_0.

3) Tracer le diagramme de Bode asymptotique, avec $\log(x) = \log\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)$ en abscisse (vous tracerez uniquement la courbe du gain en dB, pas celle de la phase).

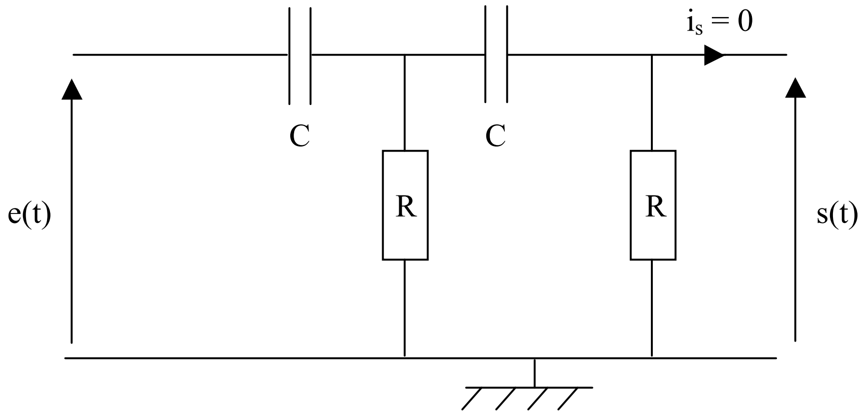
4) Calculer la pulsation de coupure à -3 dB et tracer l'allure du diagramme de Bode réel.

5) A partir de la fonction de transfert, écrire l'équation différentielle liant $u_e(t)$ et $u_s(t)$.

6) Retrouver l'équation différentielle précédente avec une autre méthode.

Exercice 5 :

Soit le circuit suivant, pour lequel C = 470 nF et R = 330 Ω :



1) Sans aucun calcul, déterminez s'il s'agit d'un filtre passe-haut, passe-bas ou passe-bande.

2) Déterminer la fonction de transfert <u>H</u> de ce filtre et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{\left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2mj\dfrac{\omega}{\omega_0} + \left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}, \text{ avec } \omega_0 = 1/RC \quad et \quad m = 1{,}5.$$

Exercice 6 : Action d'un filtre sur un signal :

1) On considère un filtre <u>passe-haut</u> du premier ordre dont la fréquence de coupure est 100 Hz. Donner l'allure du signal recueilli en sortie du filtre si on envoie en entrée un signal créneau d'amplitude 4V centré autour de 2V et de fréquence 2 kHz.

2) On considère à présent un filtre <u>passe-bas</u> du premier ordre dont la fréquence de coupure est 100 Hz. Donner l'allure du signal recueilli en sortie du filtre si on envoie en entrée le même signal qu'à la question 1 (un créneau d'amplitude 4V centré autour de 2V et de fréquence 2 kHz).