# Correction d'exercices de la feuille 12 : Filtrage linéaire en électronique

## Exercice 3 :

1) Clairement il faut un passe-bas pour récupérer les signaux téléphoniques et un passe-haut pour les signaux internet. Dans les deux cas, il faut une fréquence de coupure comprise entre 4 kHz et 25 kHz : on peut prendre par exemple $f_c = 10kHz$.

2) Aux basses fréquences, les deux bobines se comportent comme des fils. On a donc immédiatement que $u_s = 0$ (tension aux bornes d'un fil).

Aux hautes fréquences, les bobines se comportent comme des interrupteurs ouverts, ainsi les courants qui circulent dans les résistances sont nuls et il n'y a donc pas de chute de tension aux bornes des résistances. On a donc $u_s = u_e$.

La conclusion est que le filtre est un passe-haut : on peut l'utiliser pour récupérer le signal internet.

3) Attention : en colle, le premier réflexe de tout le monde est de commencer à associer la bobine et la résistance de droite : le problème est que la tension aux bornes de cet ensemble n'est plus $u_s$ : réfléchissez donc bien à ce que vous faites!!

En fait, ici la difficulté est que l'on ne peut pas relier directement $u_s$ et $u_e$ : il faut introduire une tension intermédiaire $u_i$ qui est la tension aux bornes de la bobine du milieu (c'est donc aussi la tension aux bornes de l'ensemble bobine + résistance de droite).

Comme la bobine et la résistance de droite sont en série, on peut appliquer le diviseur de tension et obtenir :

$$\underline{u}_s = \underline{u}_i \frac{jL\omega}{R + jL\omega}$$

D'autre part, on peut associer l'ensemble de la bobine du milieu en parallèle avec la résistance + bobine de droite en une impédance équivalente $\underline{Z}_{eq}$ telle que :

$$\frac{1}{\underline{Z}_{eq}} = \frac{1}{jL\omega} + \frac{1}{R + jL\omega} = \frac{R + 2jL\omega}{jL\omega(R + jL\omega)}$$

La tension aux bornes de cette impédance équivalente est $u_i$ et cette impédance équivalente est en série avec la résistance $R$ de gauche. On peut donc à nouveau appliquer le diviseur de tension et obtenir que :

$$\underline{u}_i = \underline{u}_e \frac{\underline{Z}_{eq}}{R + \underline{Z}_{eq}} = \underline{u}_e \frac{1}{\frac{R}{\underline{Z}_{eq}} + 1} = \underline{u}_e \frac{jL\omega(R + jL\omega)}{R(R + 2jL\omega) + jL\omega(R + jL\omega)} = \underline{u}_e \frac{jL\omega(R + jL\omega)}{R^2 - L^2\omega^2 + 3jRL\omega}$$

En remplaçant $\underline{u}_i$ par son expression en fonction de $\underline{u}_e$ dans l'expression de $\underline{u}_s$ et en simplifiant par $(R + jL\omega)$ on obtient :

$$\underline{u}_s = \underline{u}_e \frac{-L^2\omega^2}{R^2 - L^2\omega^2 + 3jRL\omega}$$

D'où la fonction de transfert du filtre considéré :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-\frac{L^2}{R^2}\omega^2}{1 - \frac{L^2}{R^2}\omega^2 + 3j\frac{L}{R}\omega} = \frac{-x^2}{1 - x^2 + 3jx}$$

en posant $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, avec $\omega_0 = \frac{R}{L}$.

4) Pour tracer le diagramme de Bode asymptotique, on va étudier les limites $x << 1$ et $x >> 1$ :

| test | $x << 1$ | $x = 1$ | $x >> 1$ |
|---|---|---|---|
| $\underline{H}$ | $-x^2$ | $\frac{j}{3}$ | 1 |
| $G_{dB}$ | $40\log(x)$ : asymptote de pente 40 dB/décade | $20\log(1/3) \simeq -9,5$ | 0 : asymptote horizontale |
| $\varphi$ | $\pm\pi$ (on choisit $+\pi$ vu la valeur en $x=1$) | $\frac{\pi}{2}$ | 0 |

On obtient donc le diagramme de Bode suivant pour le gain en dB :

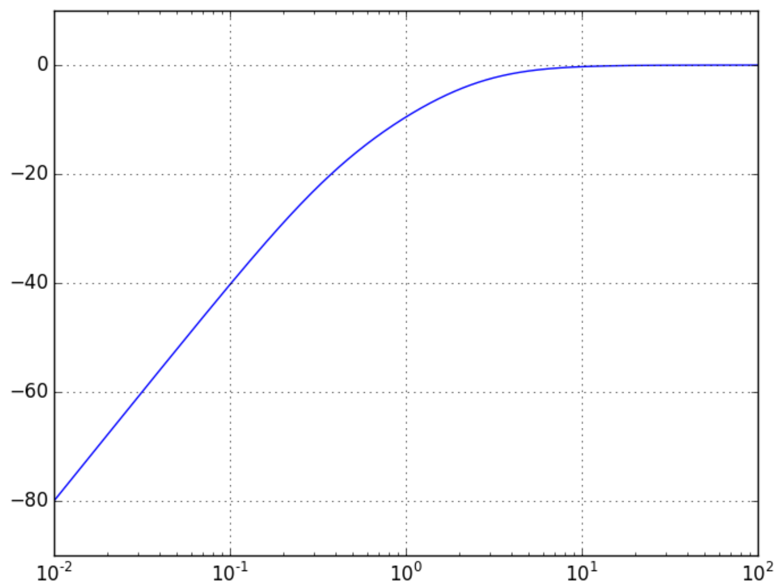


FIGURE 1 – Diagramme de Bode en gain du filtre étudié

5) On a vu a la question 1 qu'il fallait une fréquence de coupure de l'ordre de $f_0 = 10kHz$, d'où $\frac{\omega_0}{2\pi} = 10^4$, or on a vu que $\omega_0 = \frac{R}{L}$ donc $L = \frac{R}{\omega_0} = 1,6mH$.